# Cálculo I -A-

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Parte 1

Versão 0.9

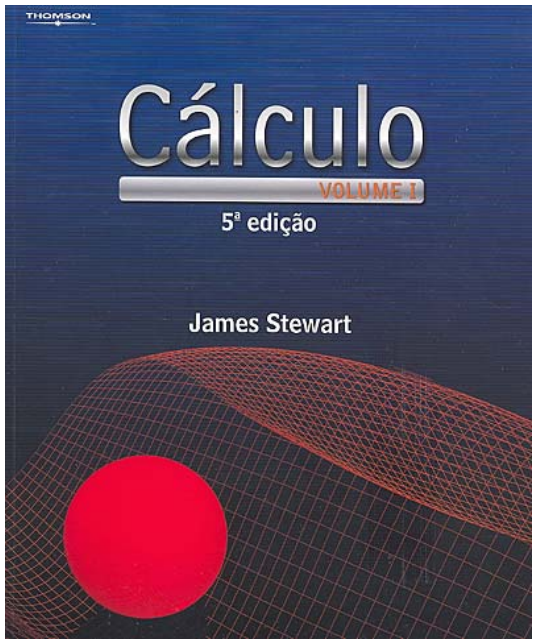
# Apresentação do curso

# Conteúdo do curso

- Funções reais de uma variável real.
- Limites.
- Continuidade.
- Derivadas.
- Estudo da variação de funções.
- Integração.

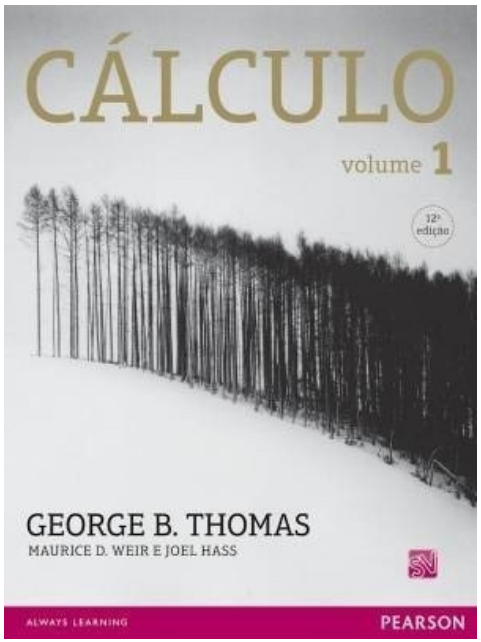
# Bibliografia

James Stewart. Cálculo, volume 1, Quinta edição, Editora Thomson Pioneira, 2006.



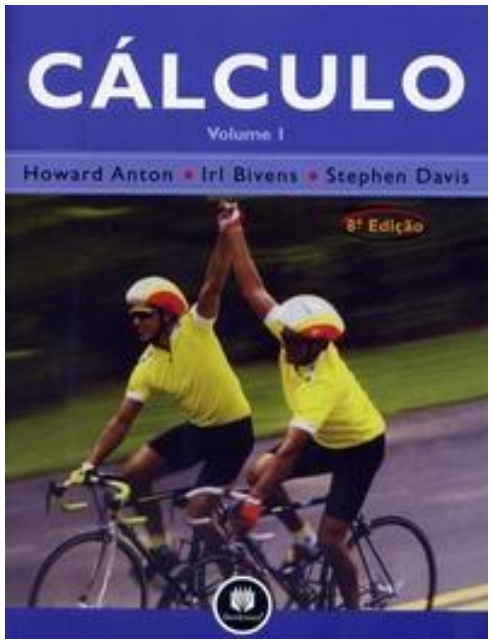
# Bibliografia

George B. Thomas. Cálculo, volume 1, Décima segunda edição, Editora Addison-Wesley, 2012.



# Bibliografia

Howard Anton. Cálculo – Um Novo Horizonte, volume 1, Oitava edição, Editora Bookman, 2006.



# Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.

  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

# Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.
  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

- Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.

# Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.
  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

- Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.

- Vamos definir agora um horário de atendimento para esta turma.

# Outras informações

- Página WEB do curso: http://www.professores.uff.br/hjbortol/.
  Clique no link DISCIPLINAS no menu à esquerda.

  Conteúdo: cronograma dia a dia, lista de execícios, material extra, notas das provas.

- Não deixe de consultar os horários de monitoria no GMA.

- Vamos definir agora um horário de atendimento para esta turma.

- Os alunos devem deixar seus celulares desligados durante a aula.

# Datas das provas

| | |
|---|---|
| 1ª VE | 24/09/2014 (peso 2) |
| 2ª VE | 24/11/2014 (peso 3) |
| VR | 26/11/2014 |
| VS | 01/12/2014 |

# Datas das provas

| | |
|---|---|
| 1ª VE | 24/09/2014 (peso 2) |
| 2ª VE | 24/11/2014 (peso 3) |
| VR | 26/11/2014 |
| VS | 01/12/2014 |

Frequência mínima: 75%.

# Revisão: funções reais

# O que é uma função?

# O que é uma função?

**Definição**

Uma função real $f$ é uma lei a qual, para cada elemento $x$ em um subconjunto $D$ de $\mathbb{R}$, faz corresponder exatamente um elemento chamado $f(x)$, em um subconjunto $C$ de $\mathbb{R}$.

$D$ é denominado de domínio e $C$ de contradomínio da função $f$.

# O que é uma função?

**Definição**

Uma função real $f$ é uma lei a qual, para cada elemento $x$ em um subconjunto $D$ de $\mathbb{R}$, faz corresponder exatamente um elemento chamado $f(x)$, em um subconjunto $C$ de $\mathbb{R}$.

$D$ é denominado de domínio e $C$ de contradomínio da função $f$.

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$f(0) =$ $\quad$ $f(2) =$ $\quad$ $f(a+b) =$ $\quad$ $f(\square) =$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} =$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$f(0) = 0,$ $\quad f(2) =$ $\quad f(a+b) =$ $\quad f(\square) =$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} =$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$f(0) = 0,$ $f(2) = 4,$ $f(a+b) =$ $f(\square) =$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} =$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) =$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} =$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} =$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} =$$

## Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} =$$

## Exemplo

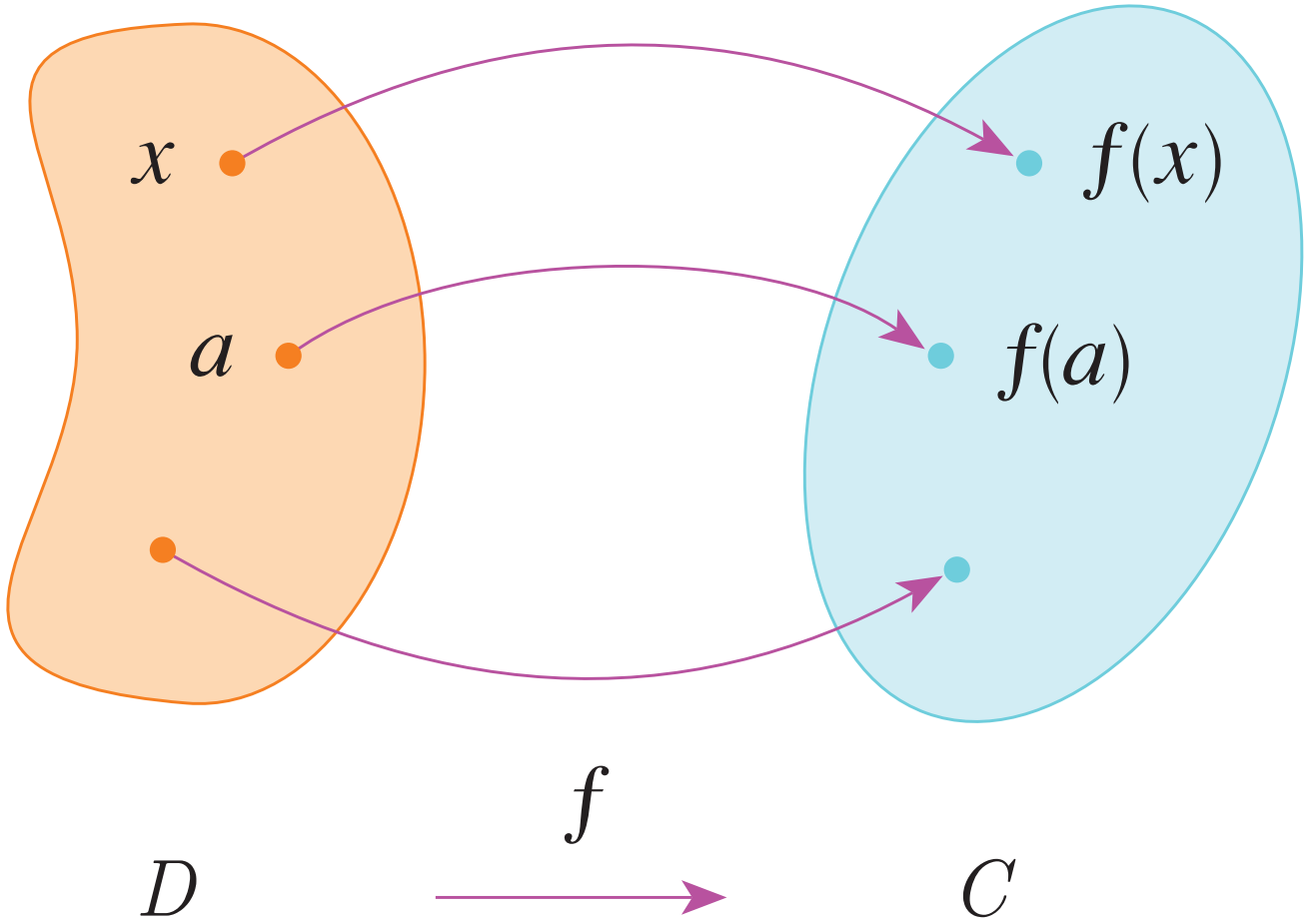
$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$$f(0) = 0, \qquad f(2) = 4, \qquad f(a+b) = 2\,(a+b), \qquad f(\square) = 2\,\square.$$

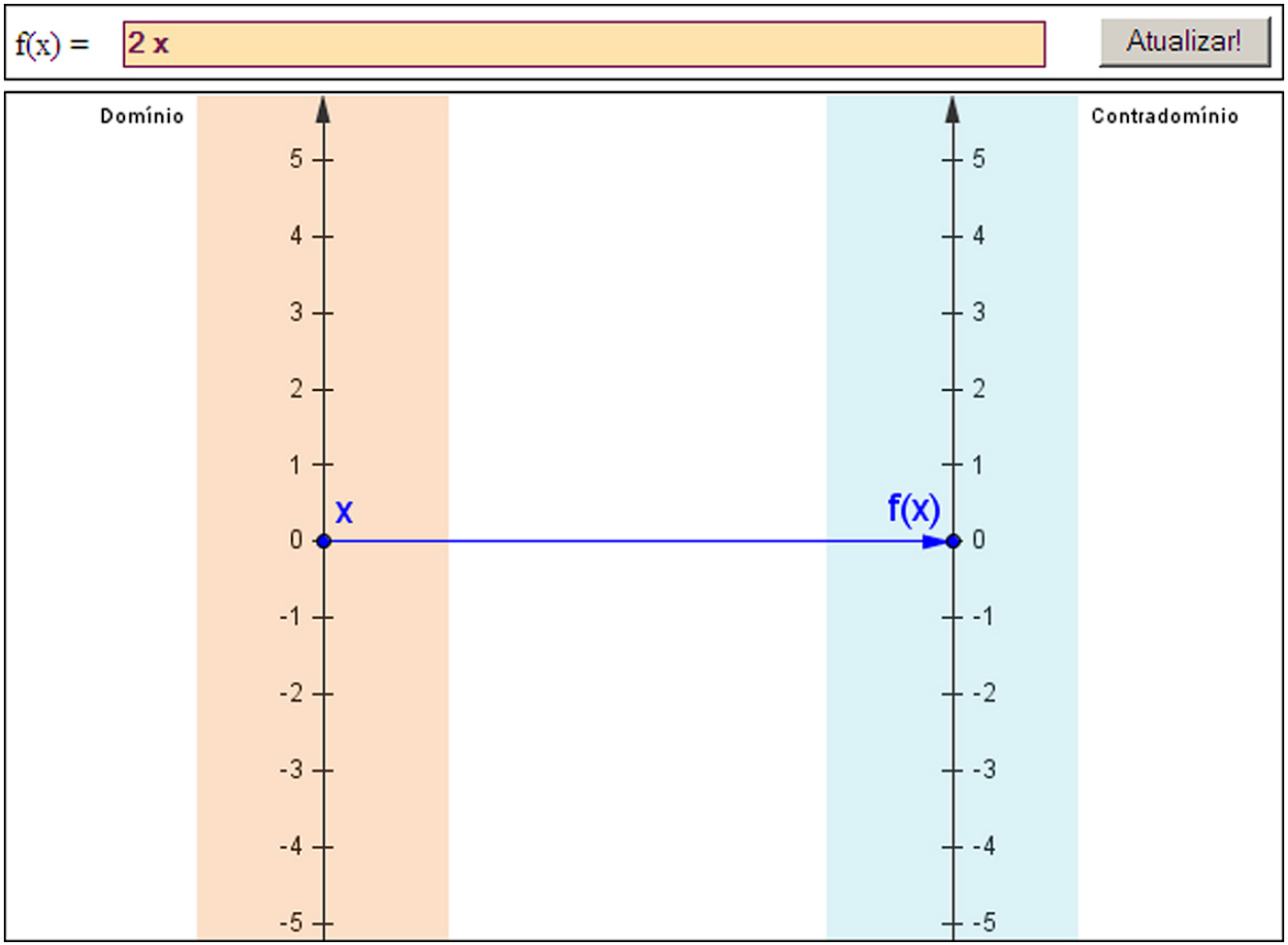
$$\frac{f(p+h) - f(p)}{h} = \frac{2\,(p+h) - 2\,p}{h} = \frac{2\,p + 2\,h - 2\,p}{h} = 2.$$

# Lembram-se dos diagramas de Venn?

# Lembram-se dos diagramas de Venn?

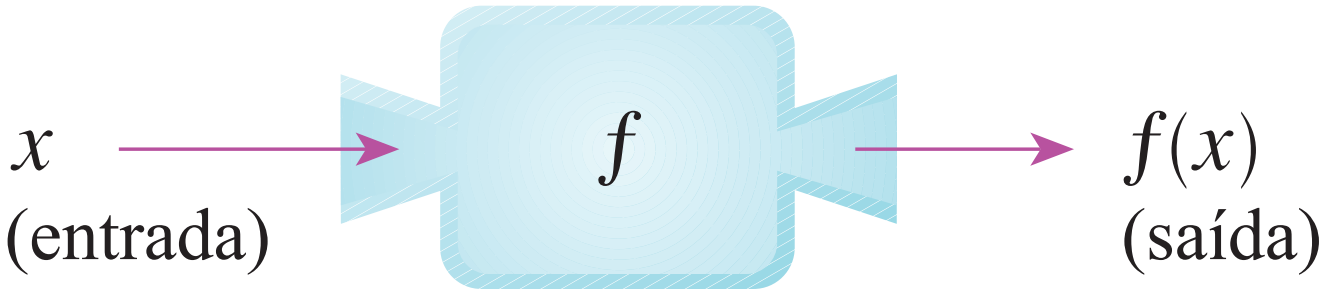


# Lembram-se dos diagramas de Venn?




(Ir para o GeoGebra)

# Uma outra representação para funções



# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$!

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real que a cada número real $x$ no domínio $D$ associa um único número real $f(x)$ no contradomínio $C$!

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real que a cada número real $x$ no domínio $D$ associa um único número real $f(x)$ no contradomínio $C$!
- O correto é dizer "a função $f$" e não "a função $f(x)$"

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real que a cada número real $x$ no domínio $D$ associa um único número real $f(x)$ no contradomínio $C$!
- O correto é dizer "a função $f$" e não "a função $f(x)$" (ou "a função $y = f(x)$").

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real que a cada número real $x$ no domínio $D$ associa um único número real $f(x)$ no contradomínio $C$!
- O correto é dizer "a função $f$" e não "a função $f(x)$" (ou "a função $y = f(x)$"). Contudo, por simplicidade, livros e pessoas costumam usar as formas incorretas.

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real que a cada número real $x$ no domínio $D$ associa um único número real $f(x)$ no contradomínio $C$!
- O correto é dizer "a função $f$" e não "a função $f(x)$" (ou "a função $y = f(x)$"). Contudo, por simplicidade, livros e pessoas costumam usar as formas incorretas. Exemplo: dizer "a função $y = 2x$"

# Cuidado!

$$\begin{array}{rccc} f: & D & \to & C \\ & x & \mapsto & y = f(x) \end{array}$$

- Aqui $x$ é um número real no domínio $D$!
- Aqui $f(x)$ é um número real no contradomínio $C$! $f(x) \in C$ chama-se o valor assumido pela função $f$ no ponto $x \in D$.
- Aqui $f$ é uma função real que a cada número real $x$ no domínio $D$ associa um único número real $f(x)$ no contradomínio $C$!
- O correto é dizer "a função $f$" e não "a função $f(x)$" (ou "a função $y = f(x)$"). Contudo, por simplicidade, livros e pessoas costumam usar as formas incorretas. Exemplo: dizer "a função $y = 2x$" ao invés de "a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $y = f(x) = 2x$".

# Revisão: imagem de uma função real

# O que é a imagem de uma função real?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f : D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f : D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f : D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

1 pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

1 pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(1/2) = 1$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

2 pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$2$ pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(1) = 2$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$\sqrt{3}$ pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$\sqrt{3}$ pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(\sqrt{3}/2) = \sqrt{3}$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$b \in \mathbb{R}$ pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

$b \in \mathbb{R}$ pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(b/2) = b$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2\,x \end{array}$$

Moral: Imagem de $f = \mathbb{R}$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

2 pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

2 pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(\sqrt{2}) = 2$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

Temos que $f(\sqrt{2}) = 2$.

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

Temos que $f(\sqrt{2}) = 2$. Note, também, que $f(-\sqrt{2}) = 2$.

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

Para que $y \in$ Imagem de $f$ basta um $x \in D$ tal que $f(x) = y$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

0 pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

0 pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(0) = 0$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$-1$ pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$-1$ pertence a imagem de $f$? Não

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$-1$ pertence a imagem de $f$? Não, pois $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 \geq 0$

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$-1$ pertence a imagem de $f$? Não, pois $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 \geq 0$ e $-1 < 0$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$b \geq 0$ pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$b \geq 0$ pertence a imagem de $f$? Sim, pois $f(\sqrt{b}) = b$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$b < 0$ pertence a imagem de $f$?

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$b < 0$ pertence a imagem de $f$? Não

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$b < 0$ pertence a imagem de $f$? Não, pois $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 \geq 0$

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

$b < 0$ pertence a imagem de $f$? Não, pois $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2 \geq 0$ e $b < 0$!

# O que é a imagem de uma função real?

**Definição**

A imagem de uma função é o conjunto de todos os valores que ela pode assumir. Mais precisamente, a imagem de uma função real $f: D \to C$ é o subconjunto de pontos $y \in C$ para os quais existe pelo menos um $x \in D$ tal que $f(x) = y$:

$$\text{Imagem de } f = \{y \in C \mid \text{existe } x \in D \text{ com } f(x) = y\}.$$

Exemplo

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^2 \end{array}$$

Moral: Imagem de $f = [0, +\infty)$!

# Determinar a imagem de uma função pode ser difícil!

# Determinar a imagem de uma função pode ser difícil!

Qual é a imagem da função $f$ abaixo?

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \end{array}$$

# Determinar a imagem de uma função pode ser difícil!

Qual é a imagem da função $f$ abaixo?

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \end{array}$$

Imagem de $f$ $=$

# Determinar a imagem de uma função pode ser difícil!

Qual é a imagem da função $f$ abaixo?

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \end{array}$$

$$\text{Imagem de } f \quad = \quad \left[ \frac{1695 + (-135 + 20\sqrt{6})\sqrt[3]{135 + 60\sqrt{6}} + (-49 + 24\sqrt{6})\sqrt[3]{(135 + 60\sqrt{6})^2}}{2304}, +\infty \right)$$

# Determinar a imagem de uma função pode ser difícil!

Qual é a imagem da função $f$ abaixo?

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \end{array}$$

$$\text{Imagem de } f = \left[ \frac{1695 + (-135 + 20\sqrt{6})\sqrt[3]{135 + 60\sqrt{6}} + (-49 + 24\sqrt{6})\sqrt[3]{(135 + 60\sqrt{6})^2}}{2304}, +\infty \right)$$

$$= [0.67355322347641000089\ldots, +\infty).$$

# Determinar a imagem de uma função pode ser difícil!

Qual é a imagem da função $f$ abaixo?

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \end{array}$$

$$\text{Imagem de } f = \left[ \frac{1695 + (-135 + 20\sqrt{6})\sqrt[3]{135 + 60\sqrt{6}} + (-49 + 24\sqrt{6})\sqrt[3]{(135 + 60\sqrt{6})^2}}{2304}, +\infty \right)$$

$$= [0.67355322347641000 89\ldots, +\infty).$$

Veremos mais adiante no curso como as ferramentas de Cálculo podem ajudar a resolver questões deste tipo!

# Revisão: gráfico de uma função real

# O que é o gráfico de uma função real?

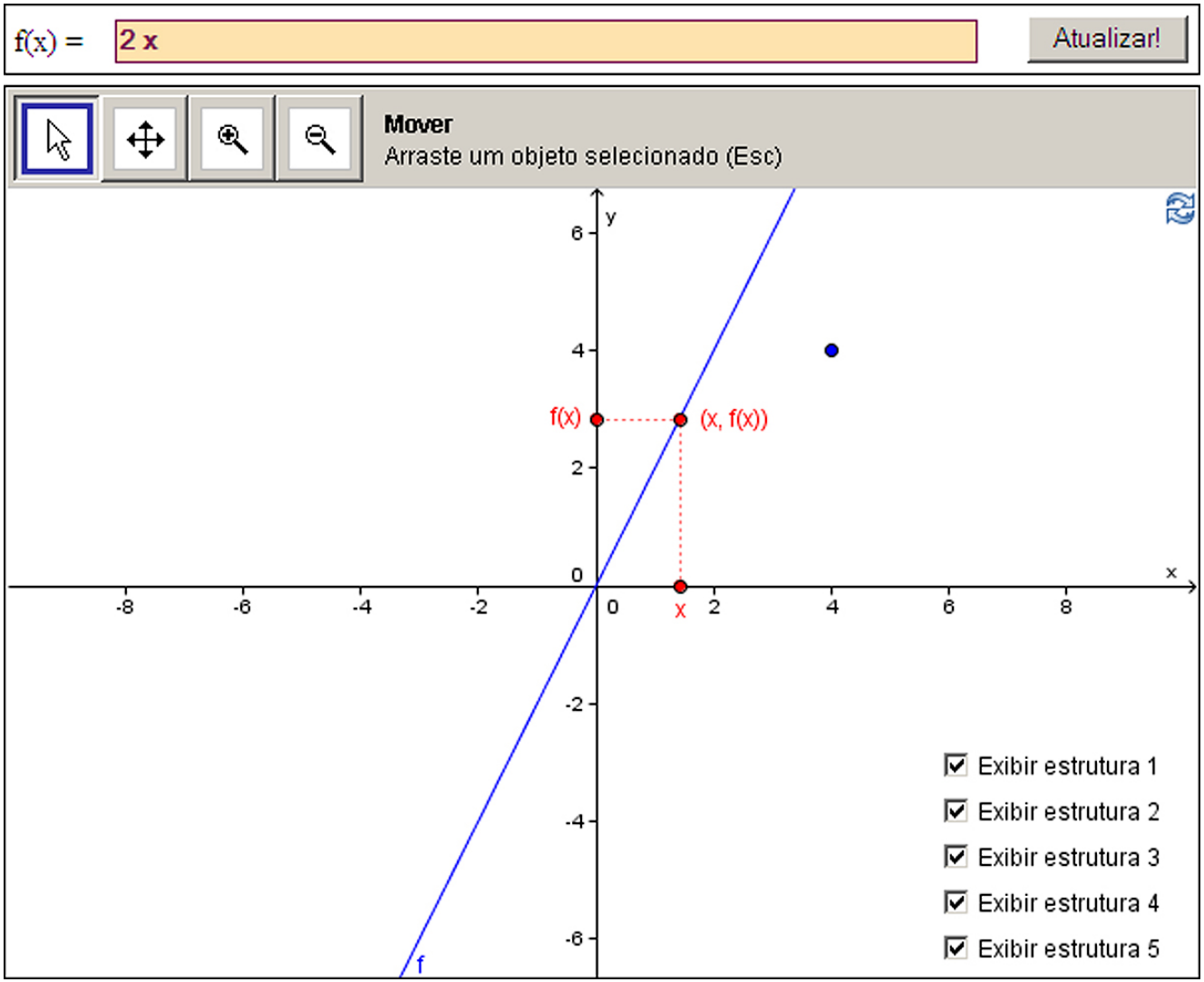
# O que é o gráfico de uma função real?

**Definição**

O gráfico de uma função real $f\colon D \to C$ é o subconjunto de pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $x \in D$ e $y = f(x)$:

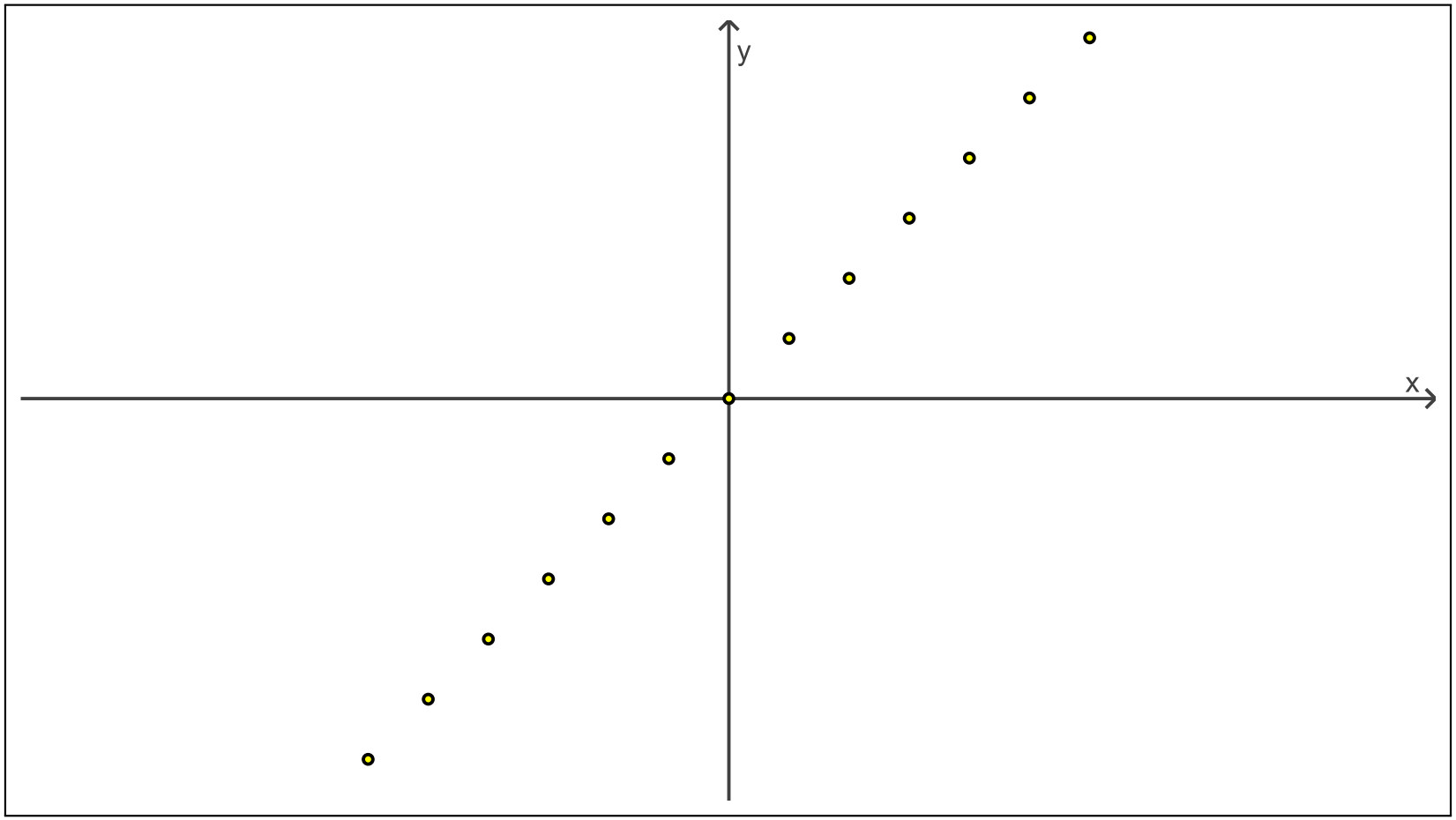
$$\text{Gráfico de } f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in D \text{ e } y = f(x)\}.$$

# O que é o gráfico de uma função real?

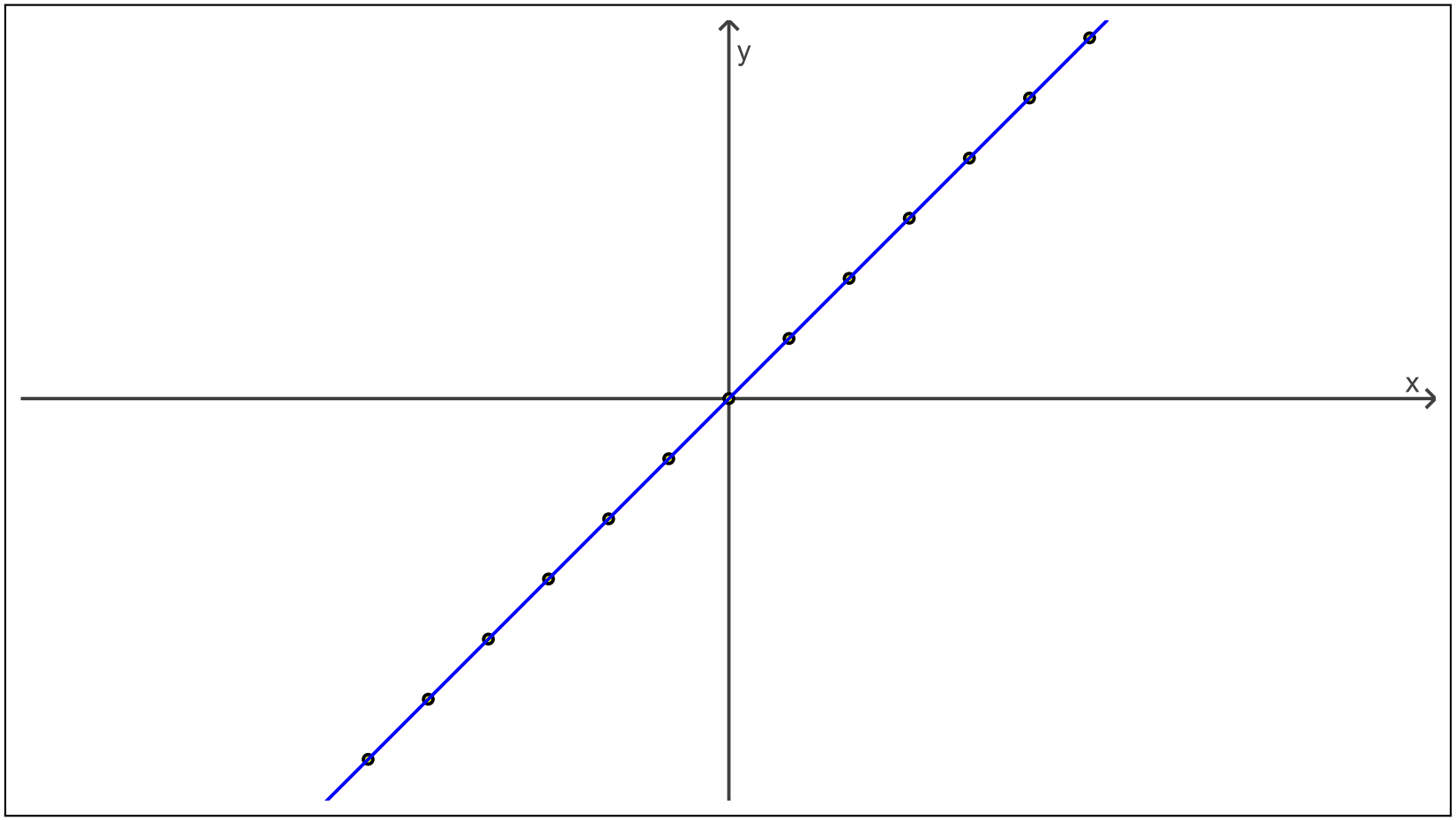



(Ir para o GeoGebra)

# Como construir o gráfico de uma função real?

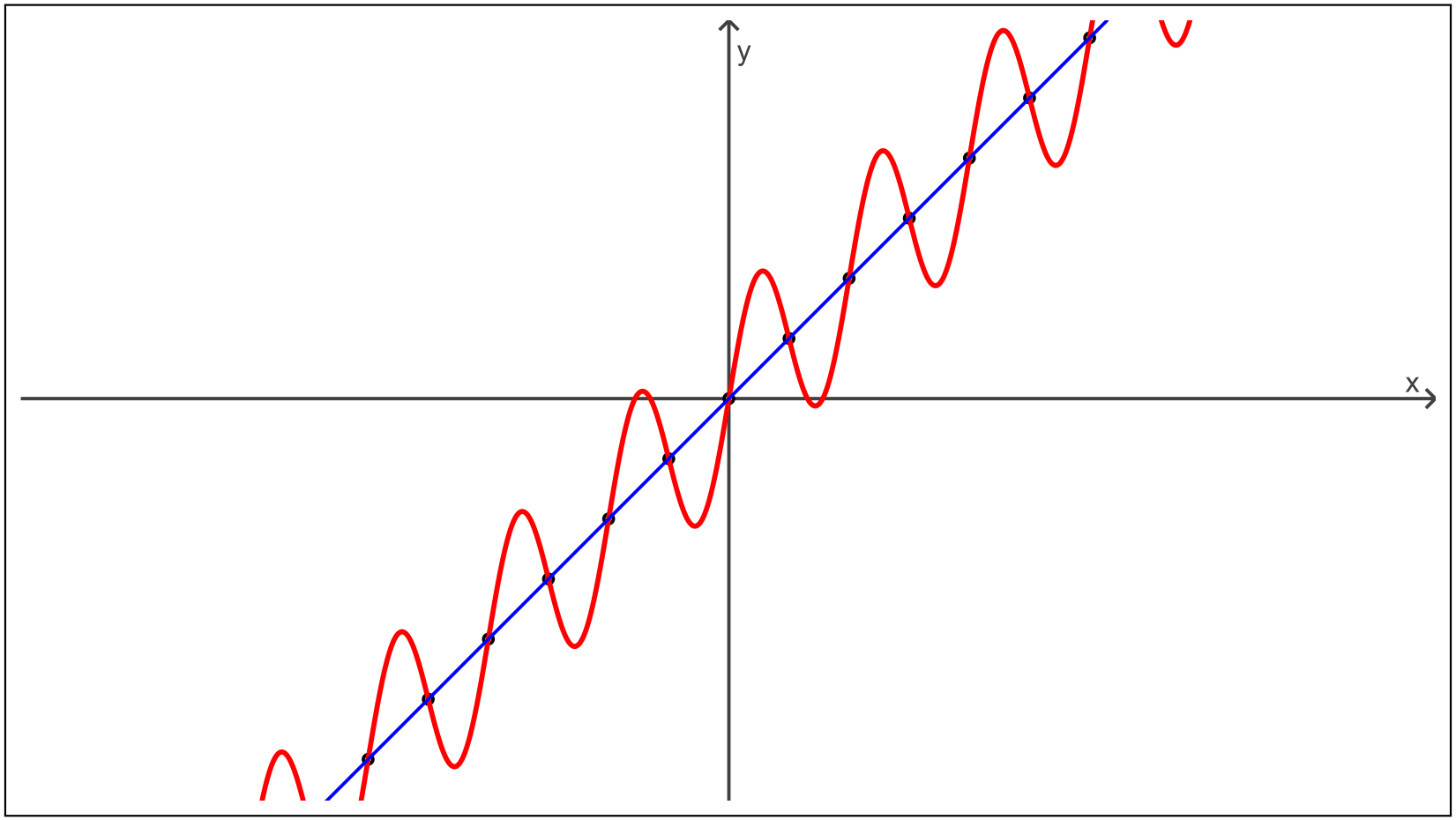


# Como construir o gráfico de uma função real?



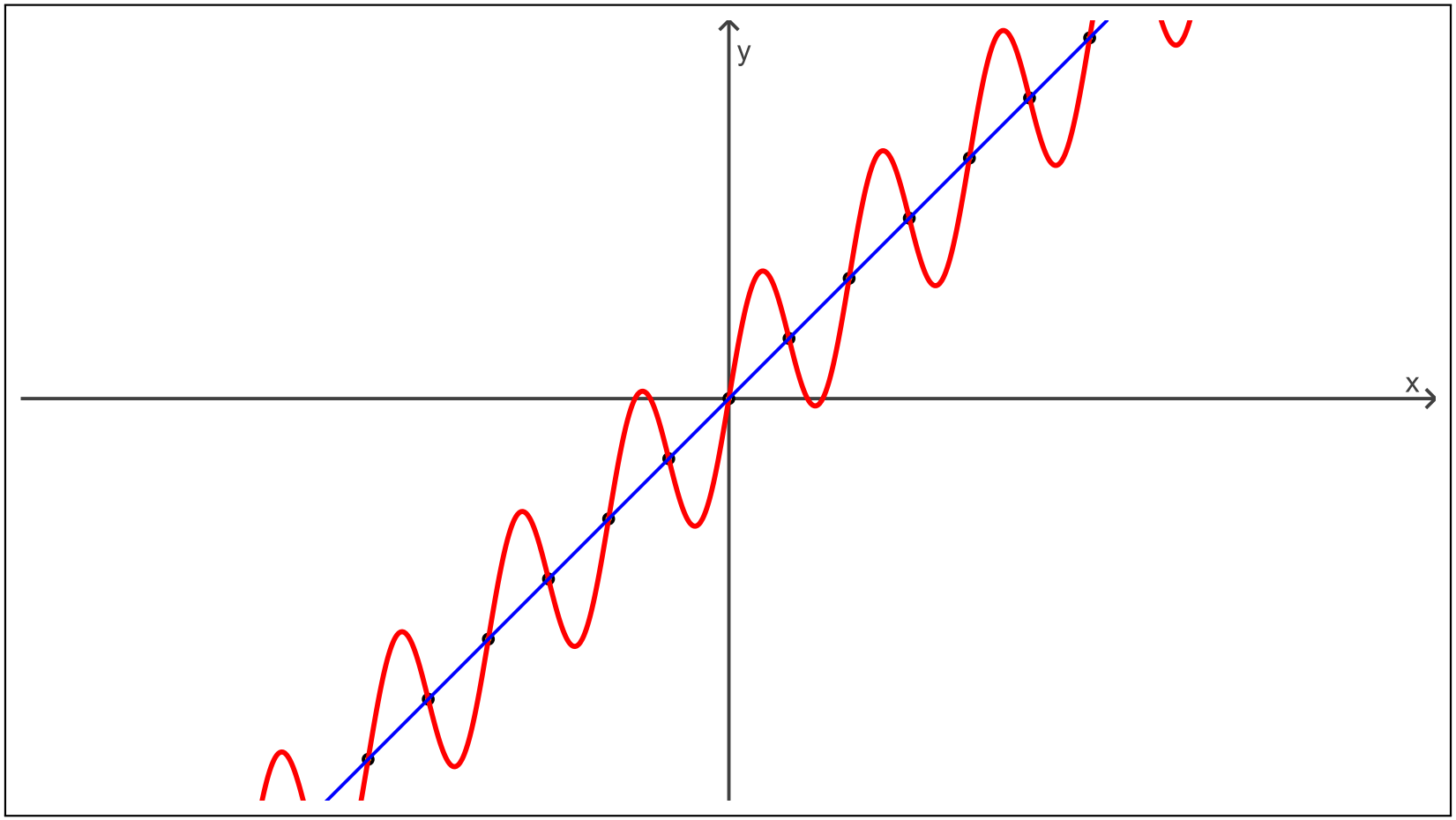
# Como construir o gráfico de uma função real?

Cuidado: usar tabelas pode não ser suficiente!



# Como construir o gráfico de uma função real?

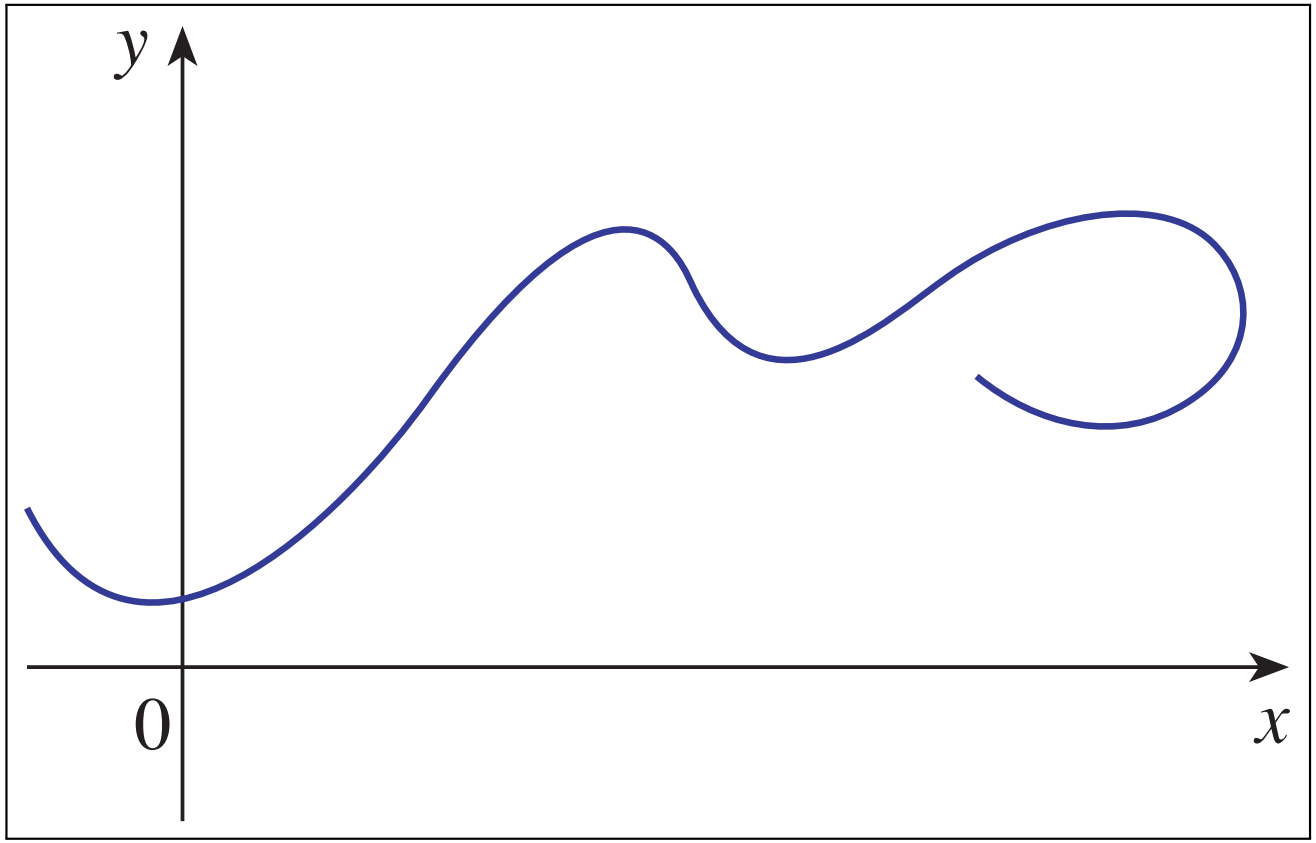
Veremos mais adiante no curso como as ferramentas de Cálculo podem ser usadas para se construir gráficos de funções!



# Toda curva é gráfico de uma função real?

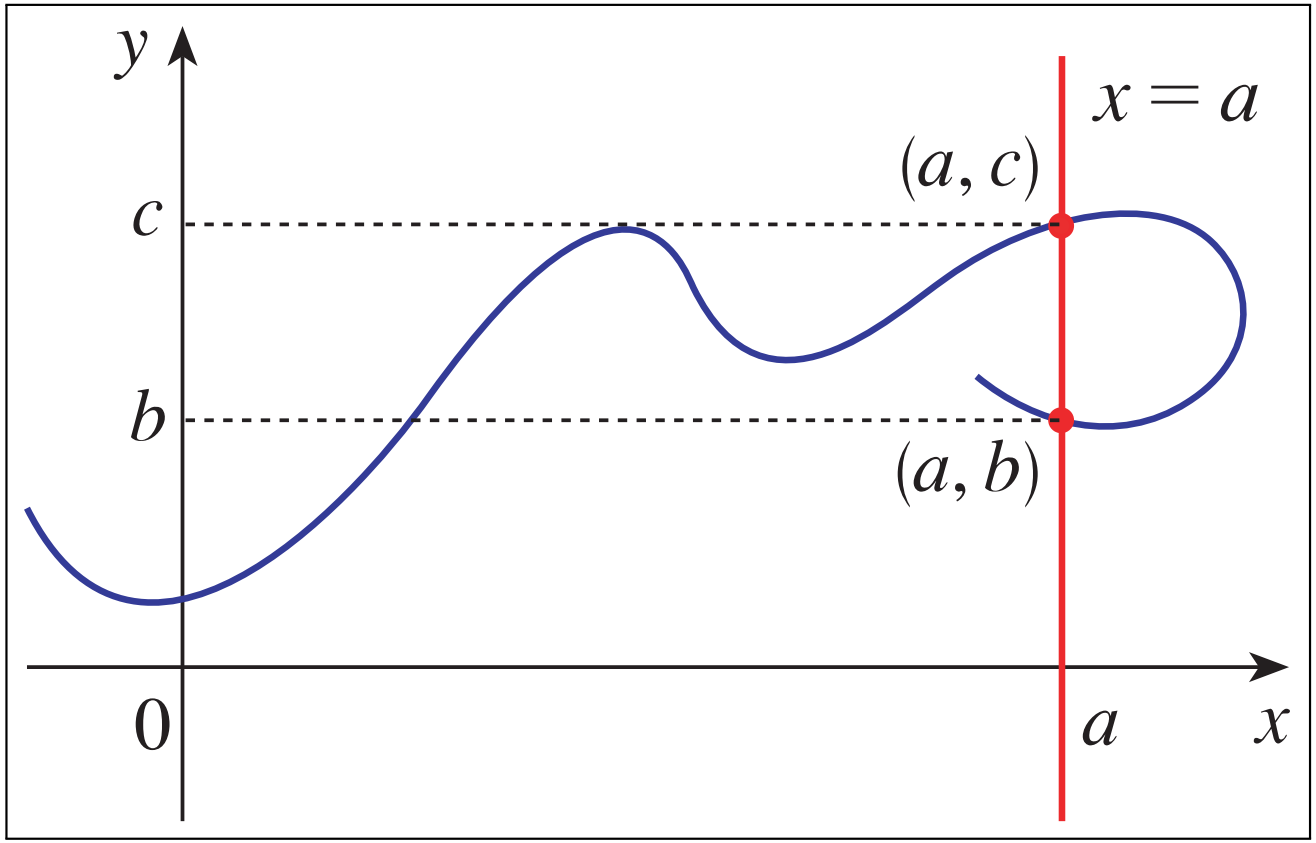
# Toda curva é gráfico de uma função real?

A resposta é não!



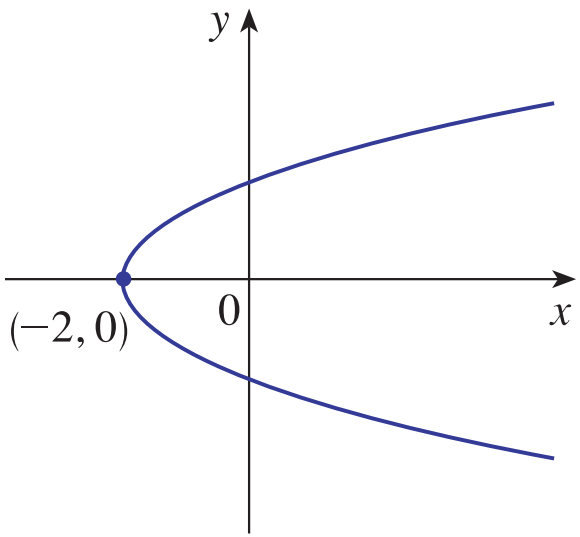
# Toda curva é gráfico de uma função real?

A resposta é não!



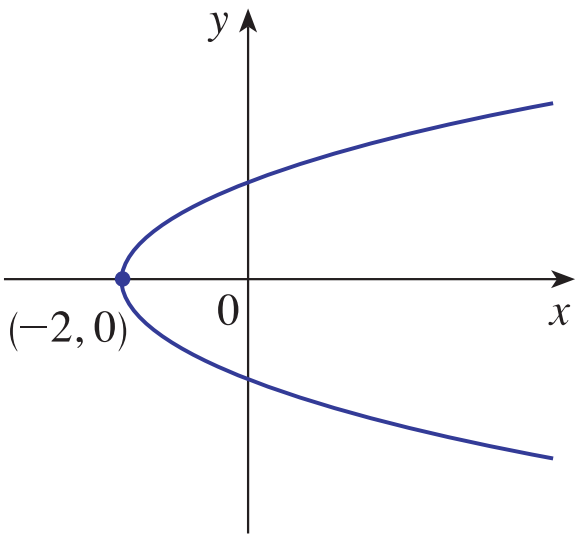

Toda reta vertical corta o gráfico de uma função no máximo em 1 ponto!

# Exemplo

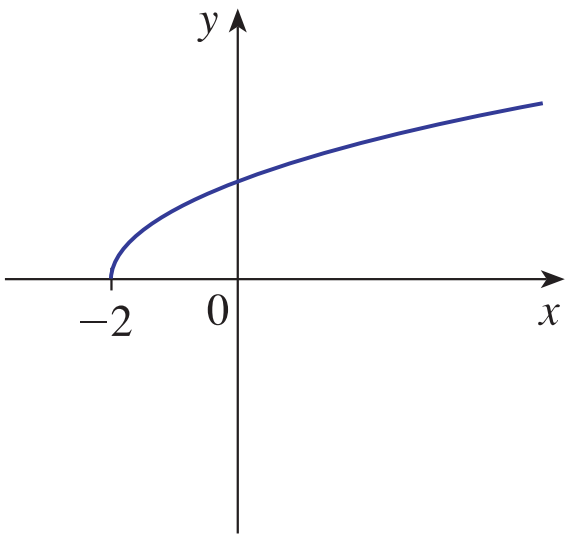



(a) $x = y^2 - 2$

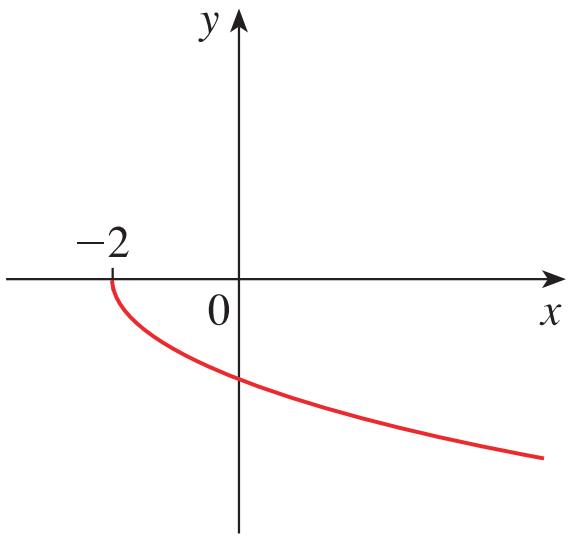
# Exemplo




(a) $x = y^2 - 2$




(b) $y = \sqrt{x+2}$




(c) $y = -\sqrt{x+2}$

# Revisão: domínio natural (efetivo) de uma função real

# Domínio efetivo (natural) de uma função

**Convenção**

Quando uma função real é definida apenas pela sua lei de associação, convenciona-se que o seu domínio é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual é possível avaliar a função e que o seu contradomínio é $\mathbb{R}$.

# Domínio efetivo (natural) de uma função

**Convenção**

Quando uma função real é definida apenas pela sua lei de associação, convenciona-se que o seu domínio é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual é possível avaliar a função e que o seu contradomínio é $\mathbb{R}$.

Exemplo: $f(x) = \frac{1}{x}$.

# Domínio efetivo (natural) de uma função

**Convenção**

Quando uma função real é definida apenas pela sua lei de associação, convenciona-se que o seu domínio é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ para o qual é possível avaliar a função e que o seu contradomínio é $\mathbb{R}$.

Exemplo: $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

O domínio efetivo (natural) de $f$ é $D = \mathbb{R} - \{0\}$.

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\,x - 4}}$?

$2\,x - 4 > 0$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2}$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio efetivo (natural) de $f$ é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio efetivo (natural) de $f$ é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = ]2, +\infty[$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio efetivo (natural) de $f$ é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = ]2, +\infty[ = (2, +\infty).$$

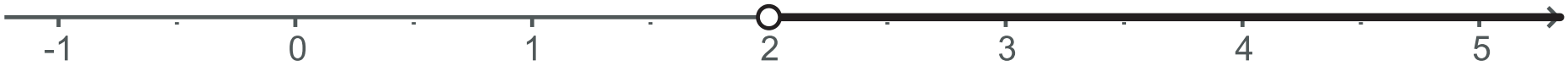
# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$?

$$2x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x > 2.$$

Resposta: o domínio efetivo (natural) de $f$ é

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = ]2, +\infty[ = (2, +\infty).$$



# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1}$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 6 < x - 1$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - x < -1 + 6$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento?

# Domínio natural de uma função

Qual é o domínio efetivo (natural) de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{2x-6}{x-1}}}$?

CUIDADO!

$$1 - \frac{2x-6}{x-1} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 > \frac{2x-6}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} < 1$$

AQUI!

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 6 < x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - x < -1 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad x < 5.$$

Existe algo de errado neste desenvolvimento? Sim!

# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1$$

# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0$$

# Estudo do sinal

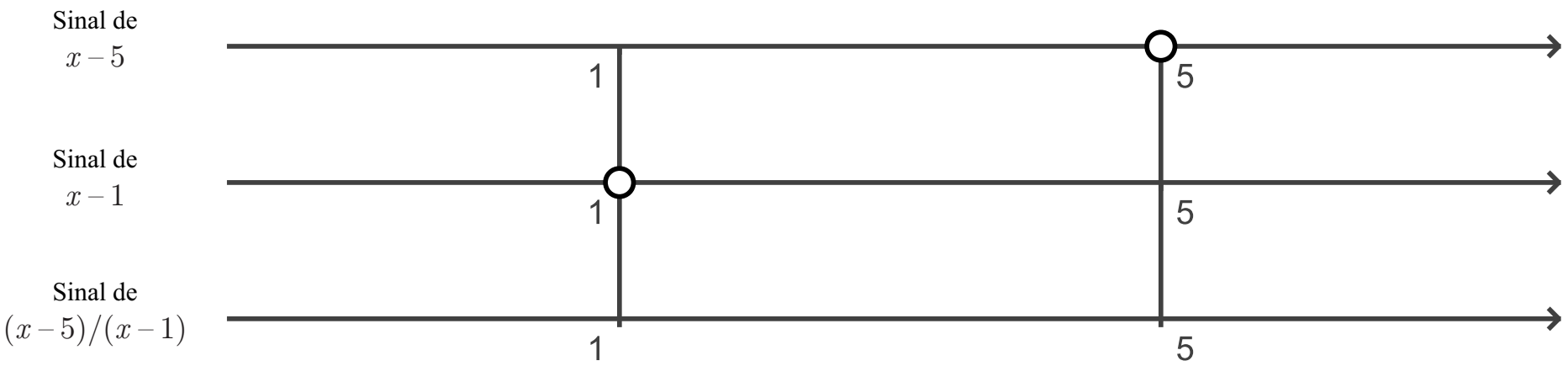
$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0$$

# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$

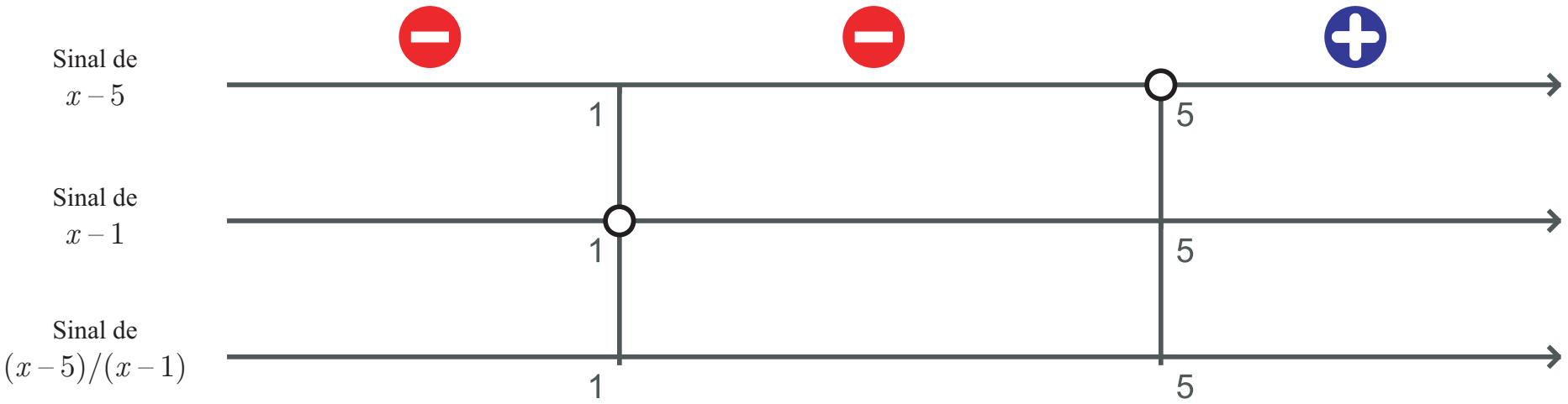
# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$



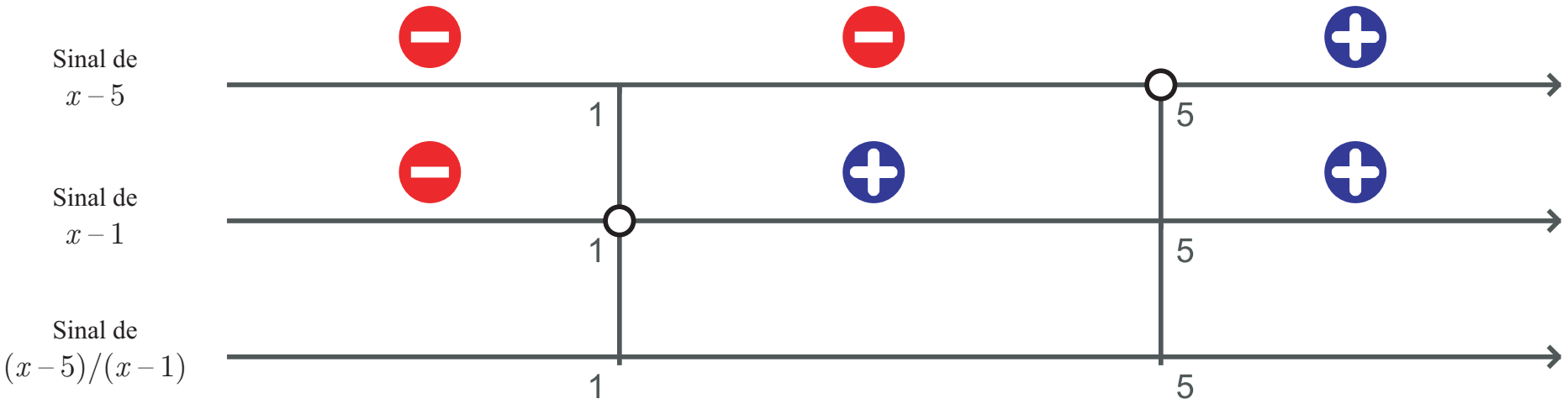
# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$



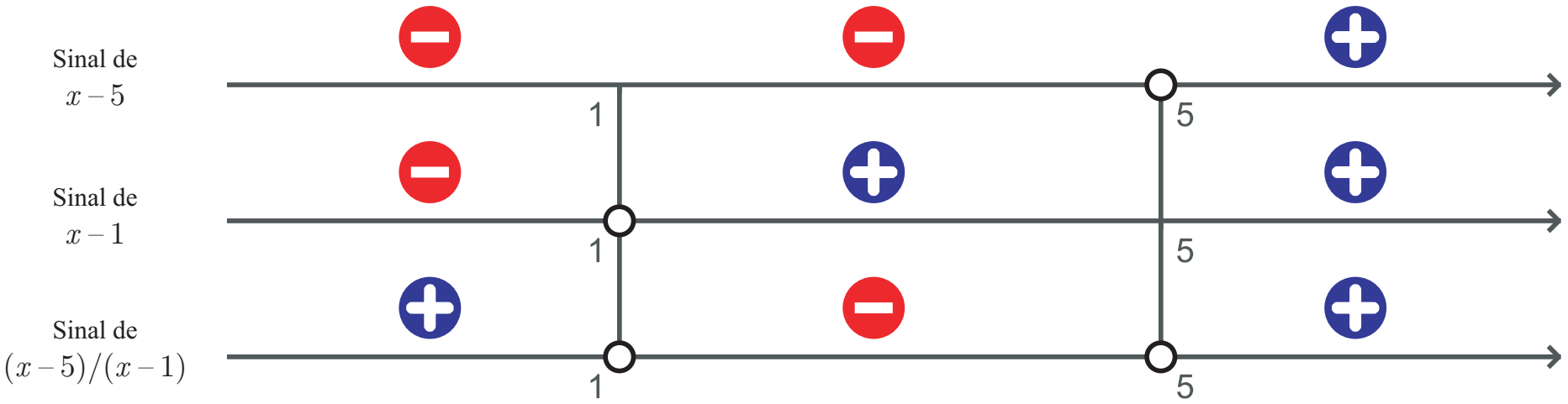
# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$



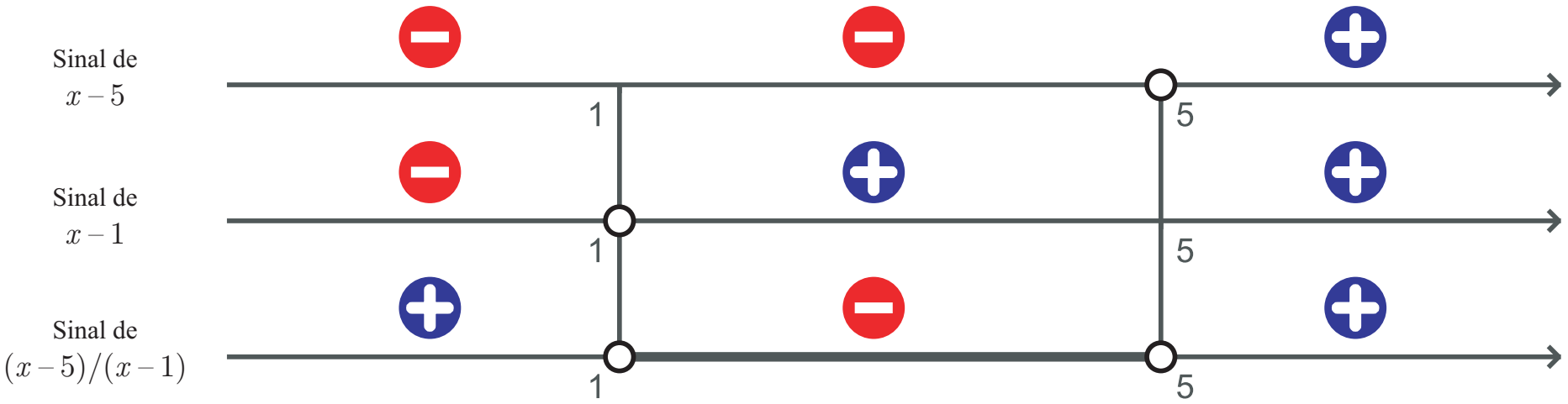
# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$



# Estudo do sinal

$$\frac{2x-6}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2x-6}{x-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2x-6-(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-5}{x-1} < 0$$




Domínio efetivo (natural) de $f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\} = ]1,5[ = (1,5)$.

# Revisão: estudo do sinal de uma função real

IMPORTANTE!

- Nos exemplos que acabamos de estudar, vimos que para encontrar o domínio efetivo (natural) de função, foi necessário saber resolver uma inequação.

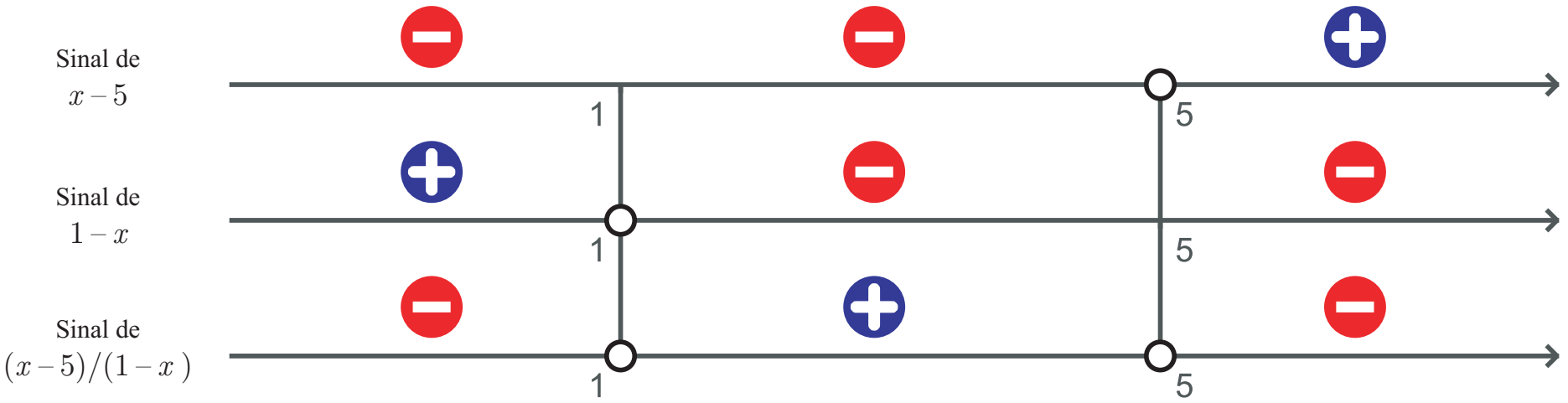
- Saber resolver corretamente inequações é uma habilidade fundamental que você deverá dominar, pois ela será usada em vários momentos em nosso curso (estudo do crescimento e convexidade de funções reais via derivadas)!

# Estudo do sinal: outro exemplo

$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$

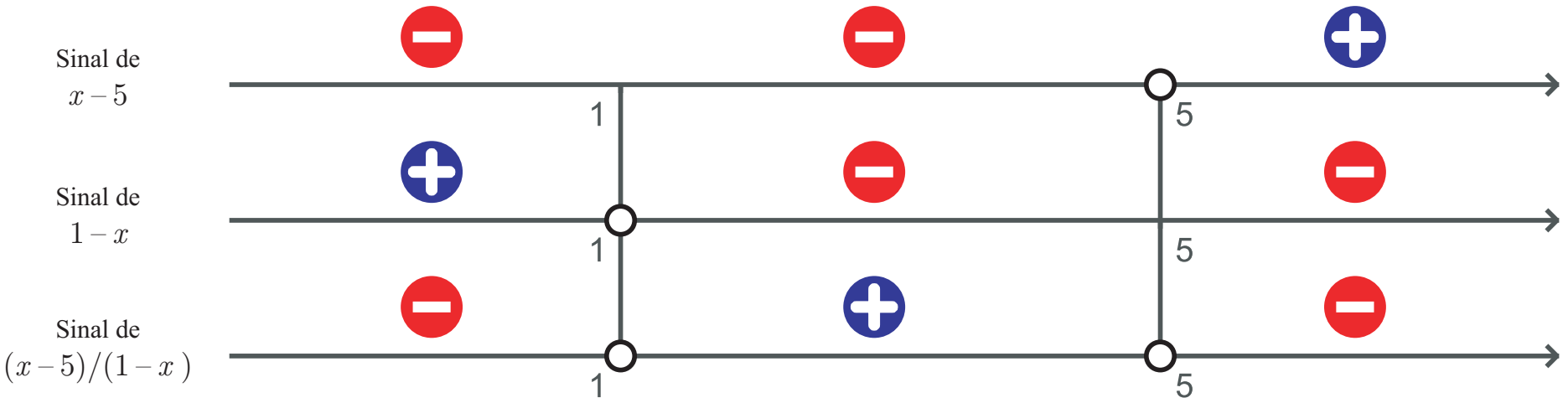
# Estudo do sinal: outro exemplo

$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$



# Estudo do sinal: outro exemplo

$$\frac{x-5}{1-x} < 0$$




$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 5\} = ]-\infty, 1[\cup]5, +\infty[ = (-\infty, 1) \cup (5, +\infty).$$

# Inequações envolvendo funções quadráticas

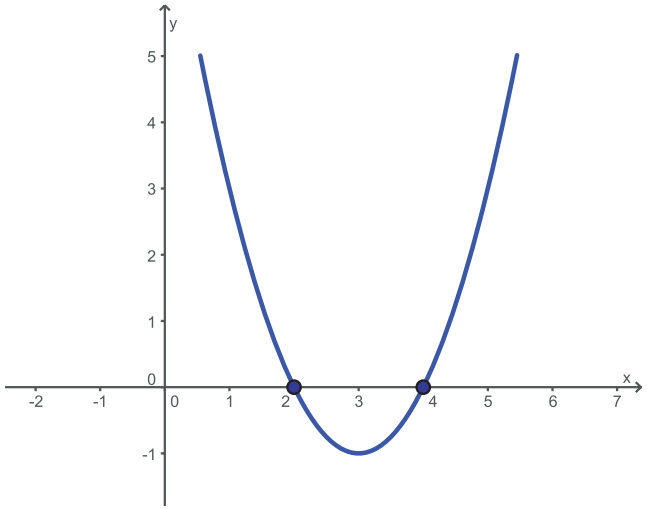
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

# Inequações envolvendo funções quadráticas

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

# Inequações envolvendo funções quadráticas

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$



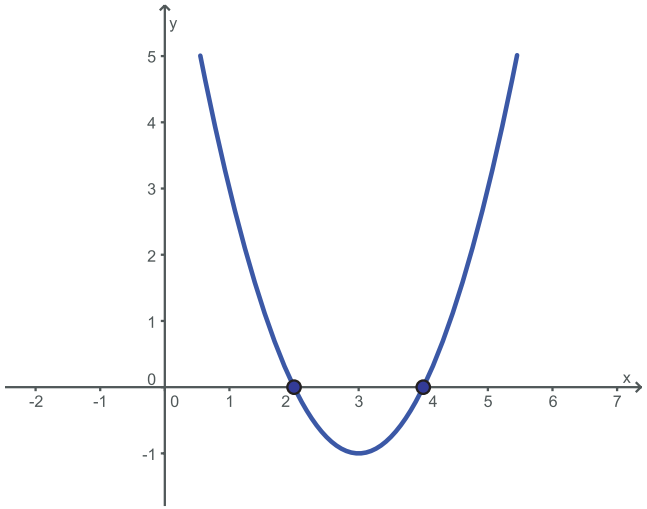

Sinal de $x^2 - 6x + 8$

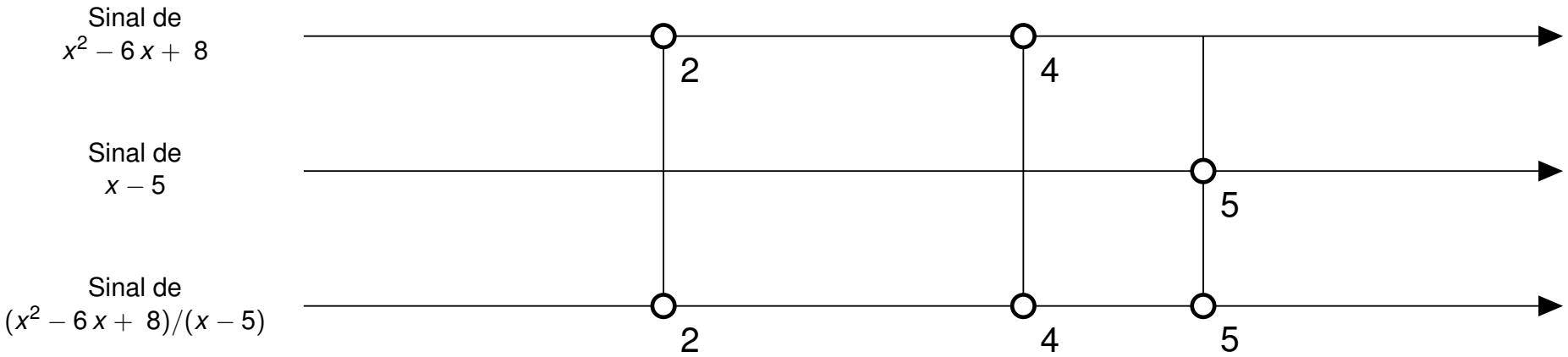
Sinal de $x - 5$

Sinal de $(x^2 - 6x + 8)/(x - 5)$

# Inequações envolvendo funções quadráticas

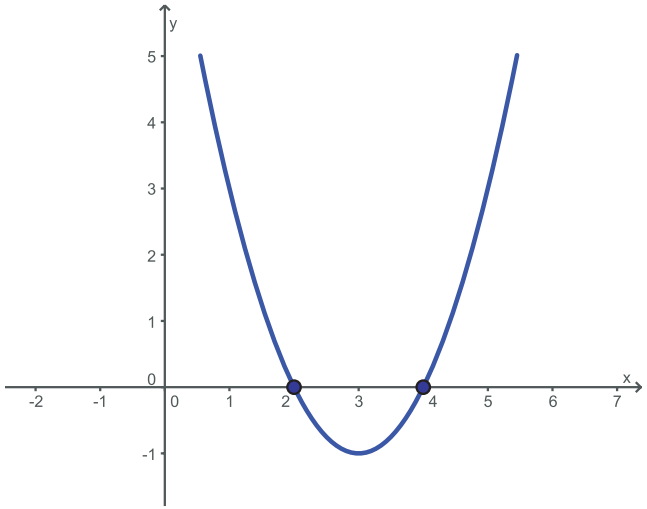
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

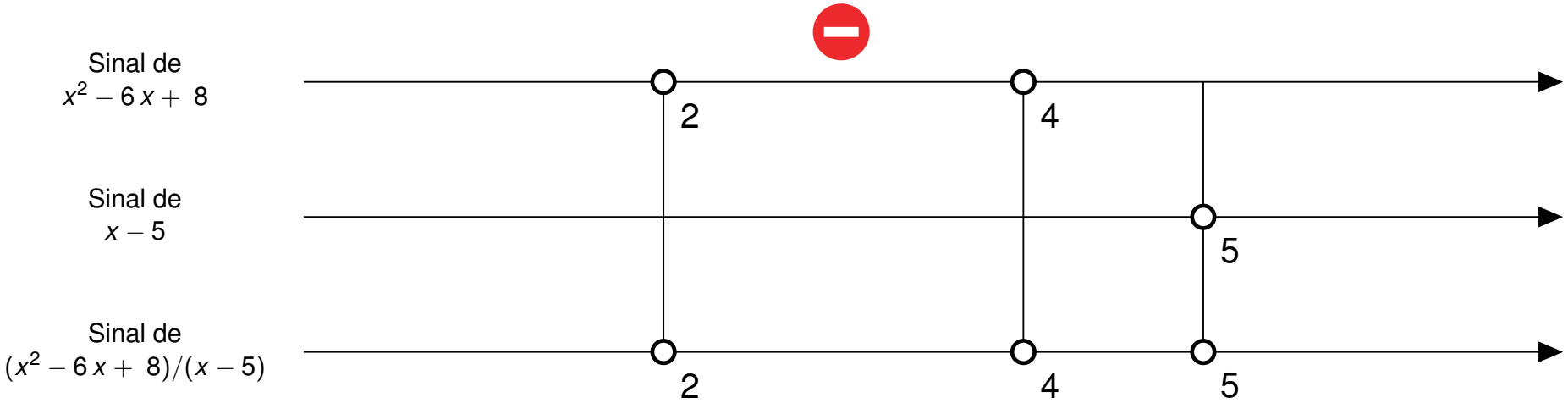


# Inequações envolvendo funções quadráticas

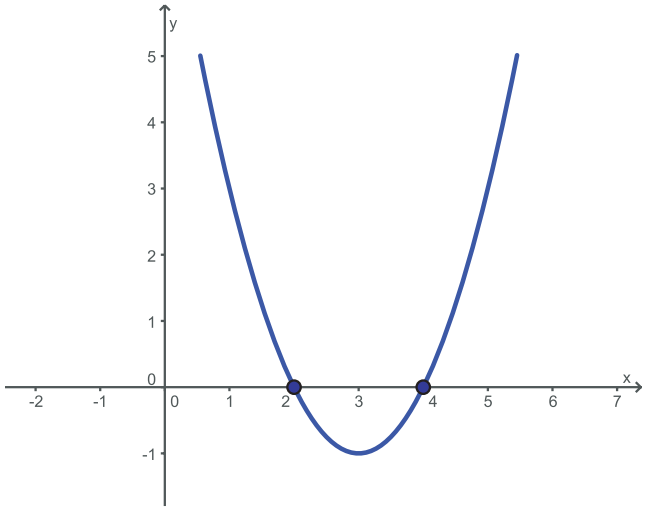
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

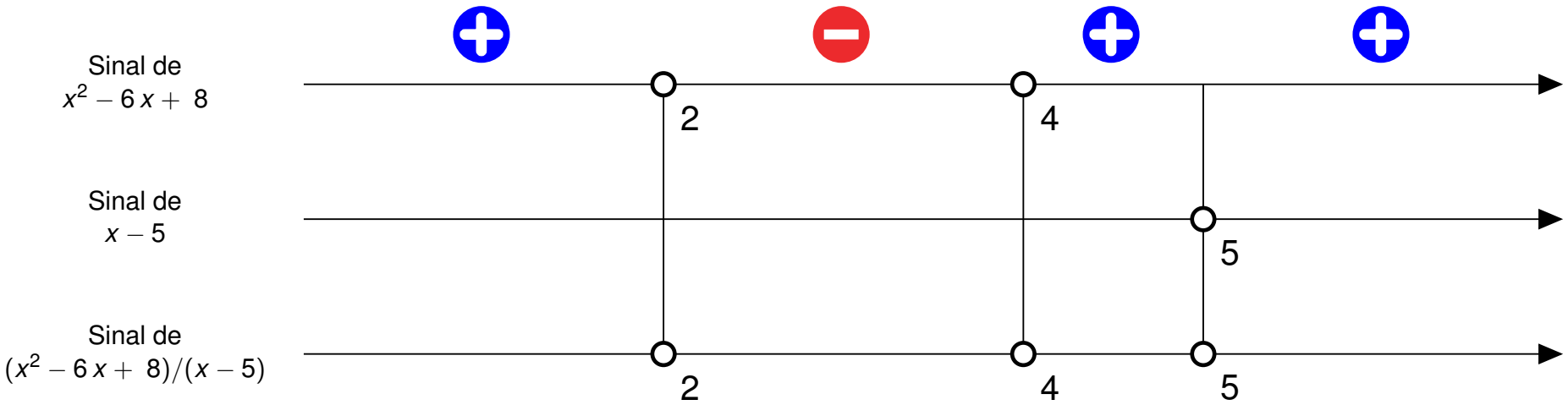


# Inequações envolvendo funções quadráticas

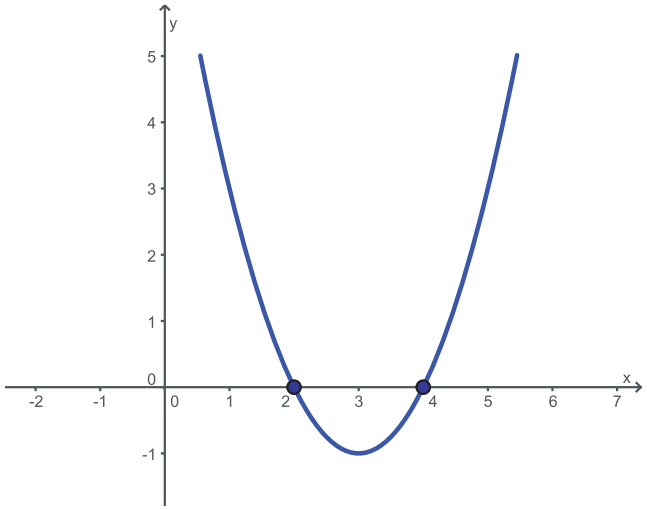
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

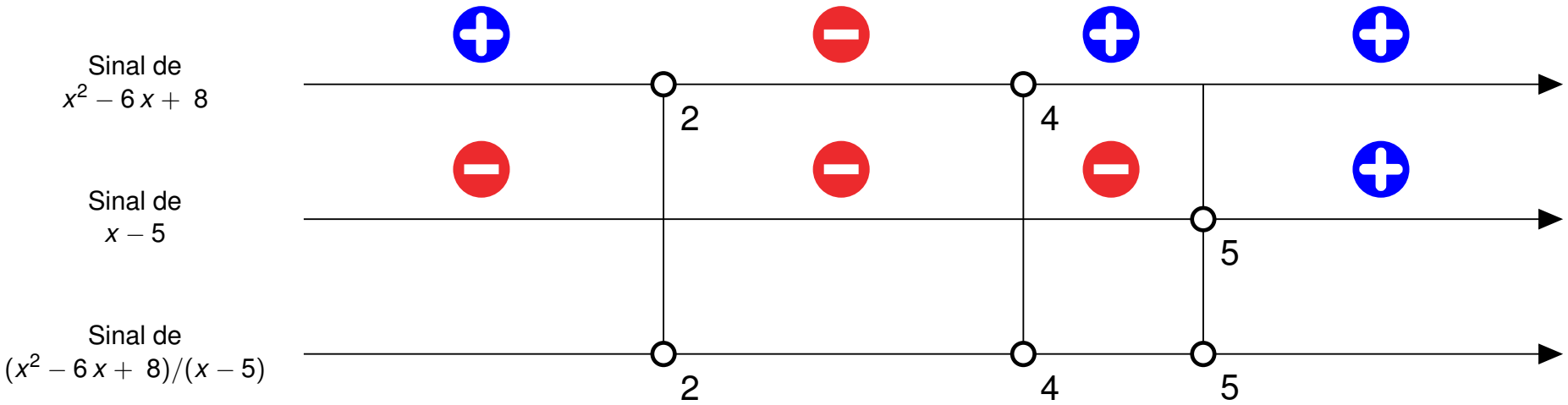


# Inequações envolvendo funções quadráticas

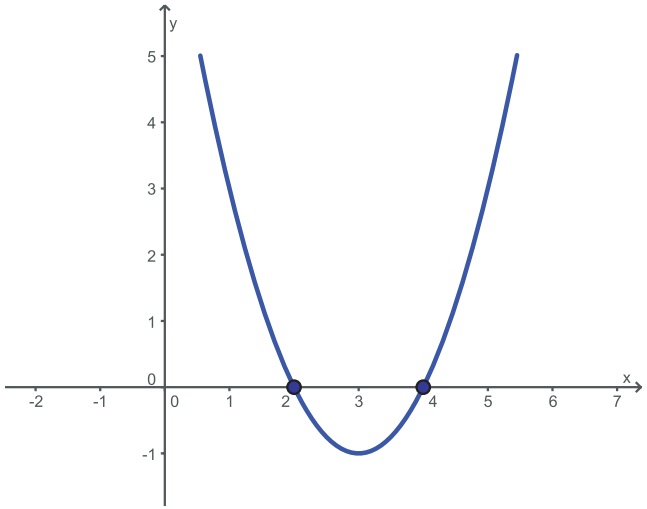
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

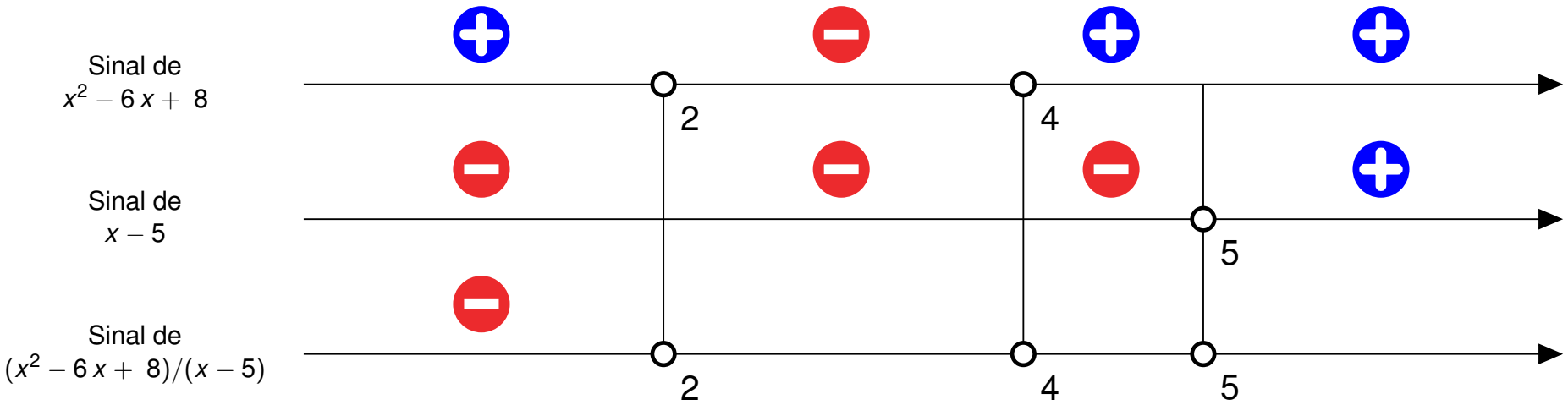


# Inequações envolvendo funções quadráticas

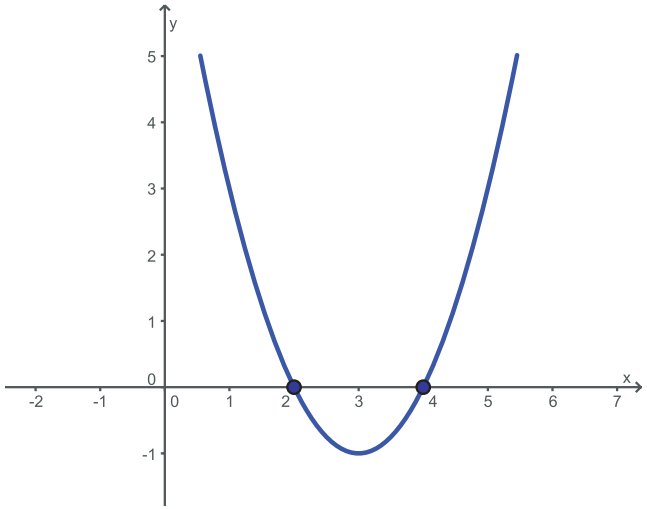
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

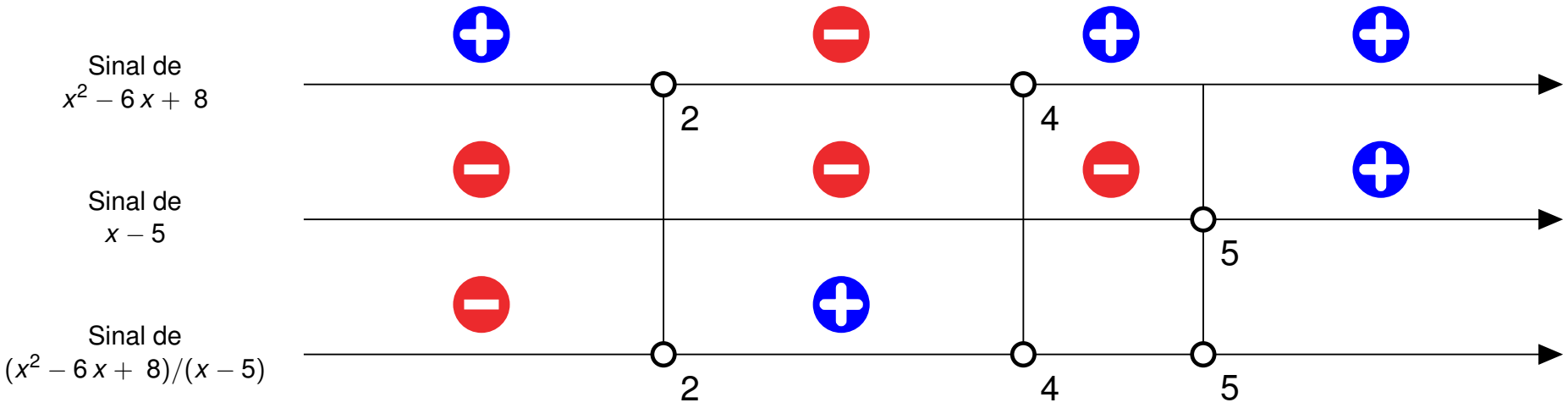


# Inequações envolvendo funções quadráticas

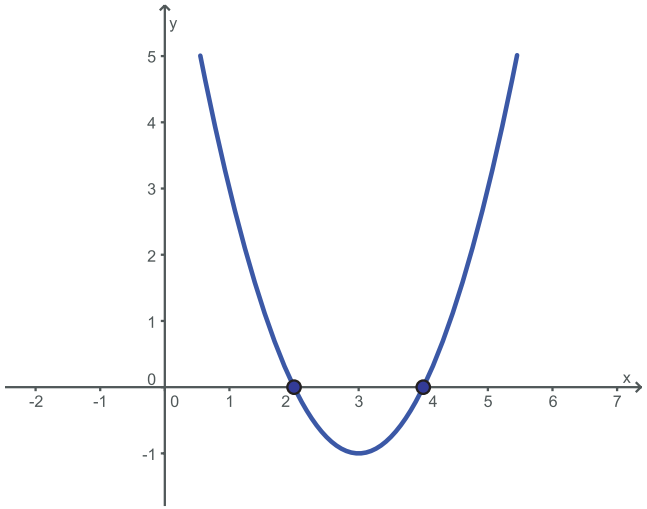
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

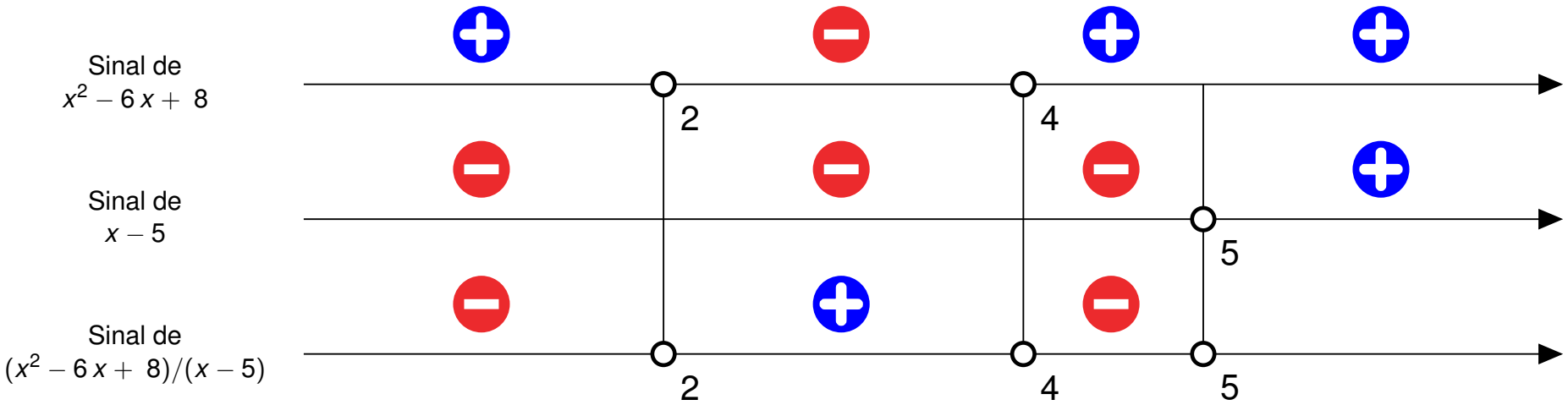


# Inequações envolvendo funções quadráticas

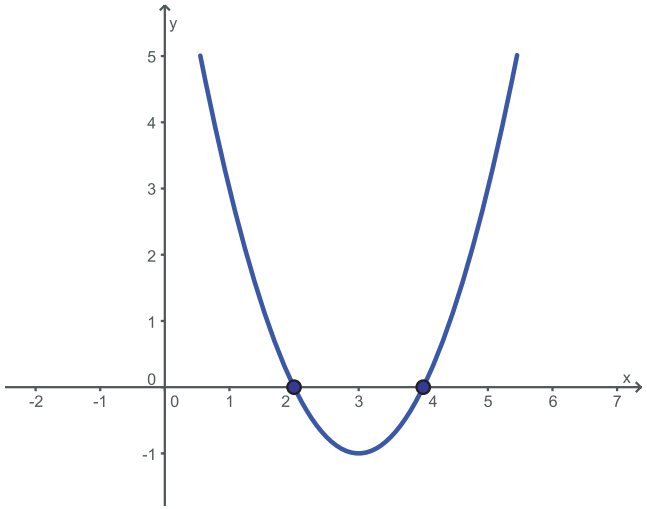
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

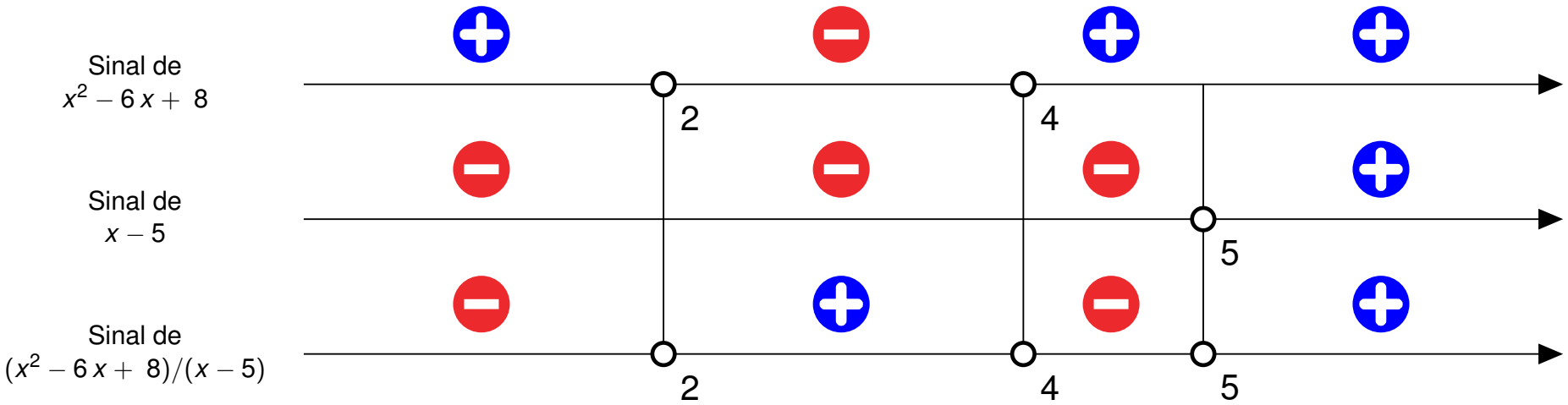


# Inequações envolvendo funções quadráticas

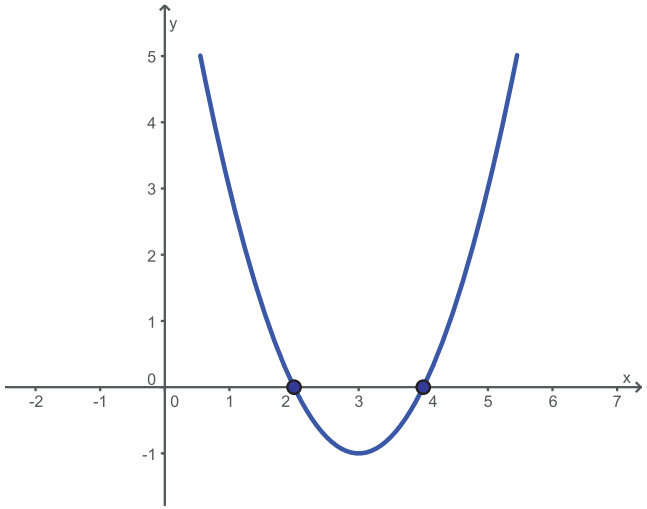
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

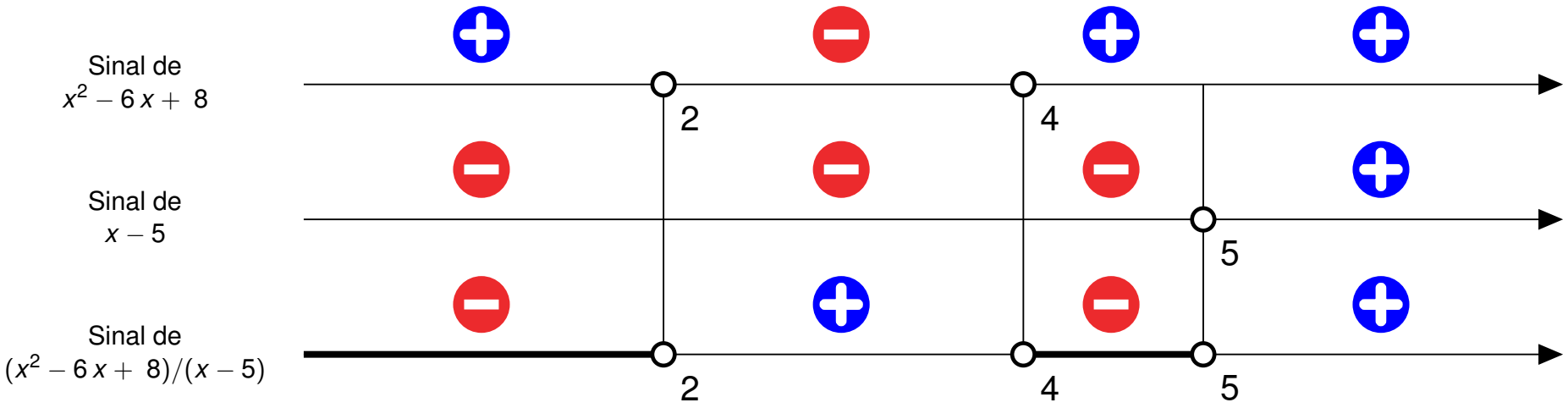


# Inequações envolvendo funções quadráticas

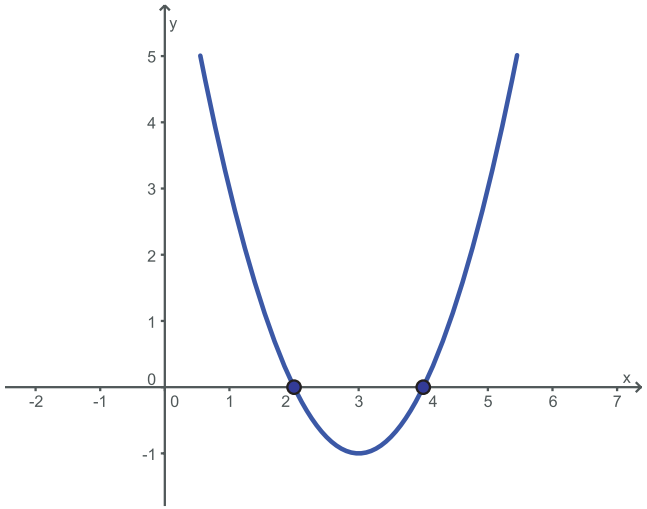
$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

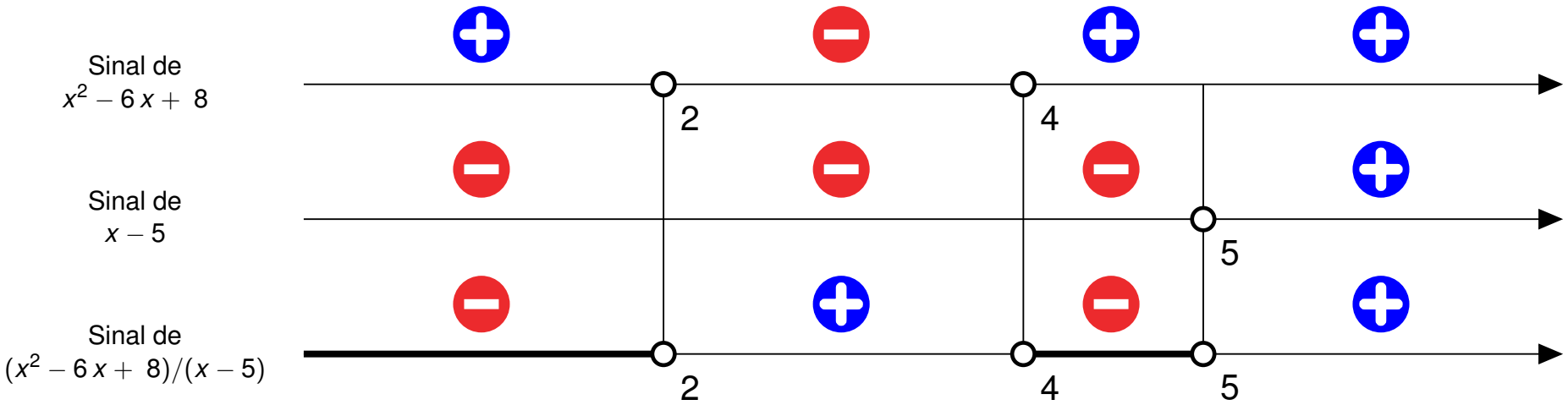


# Inequações envolvendo funções quadráticas

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$

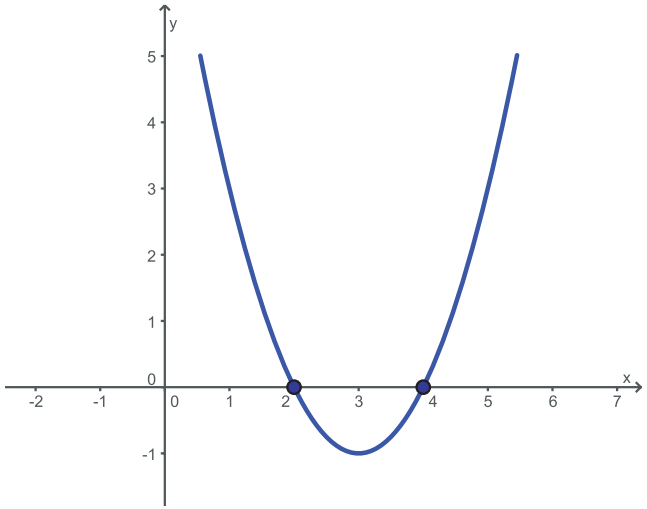


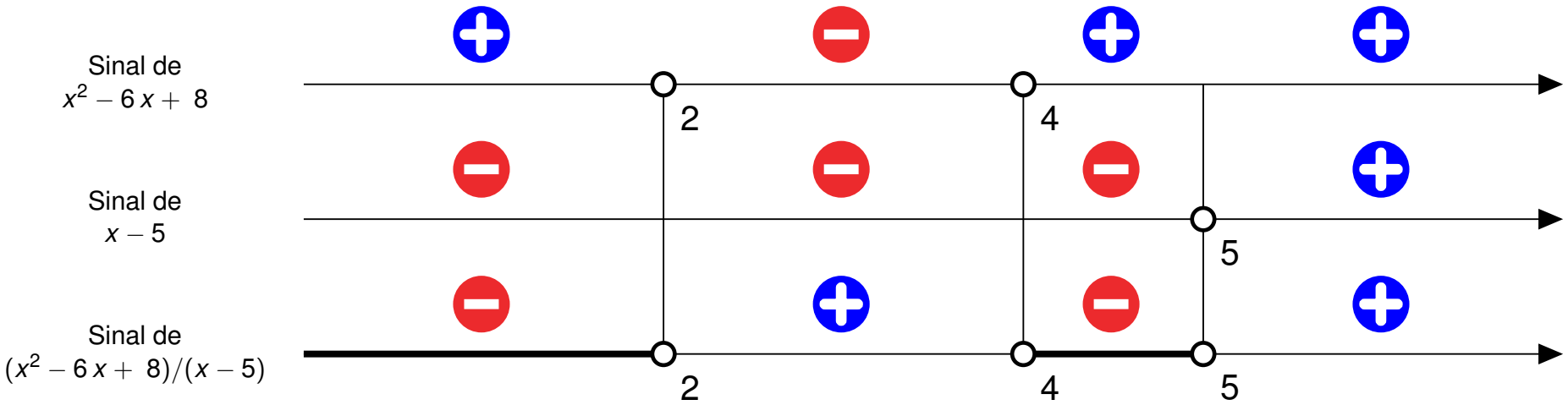




$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } (x > 4 \text{ e } x < 5)\}$$

# Inequações envolvendo funções quadráticas

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} < 0$$




$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } (x > 4 \text{ e } x < 5)\} = ]-\infty, 2[ \cup ]4, 5[.$$

E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

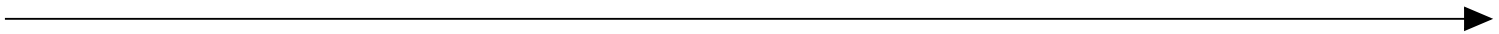
(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)

E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)

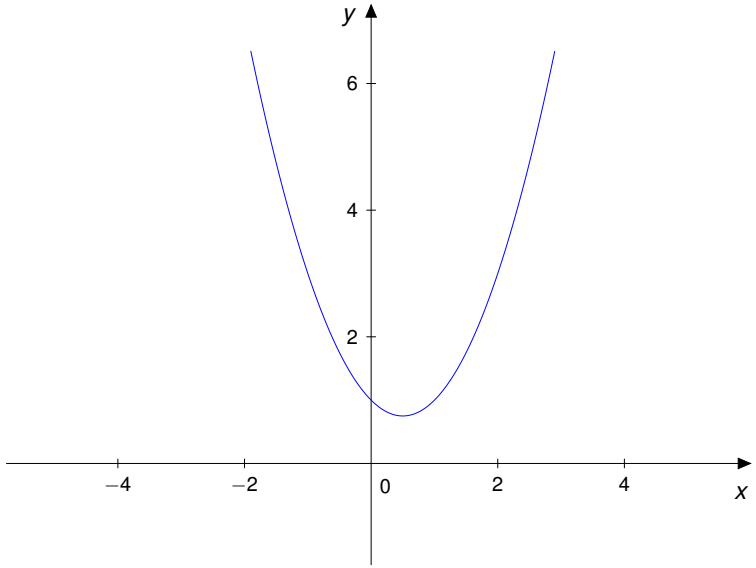
Sinal de $x^2 - x + 1$



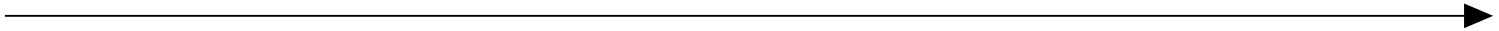
E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)



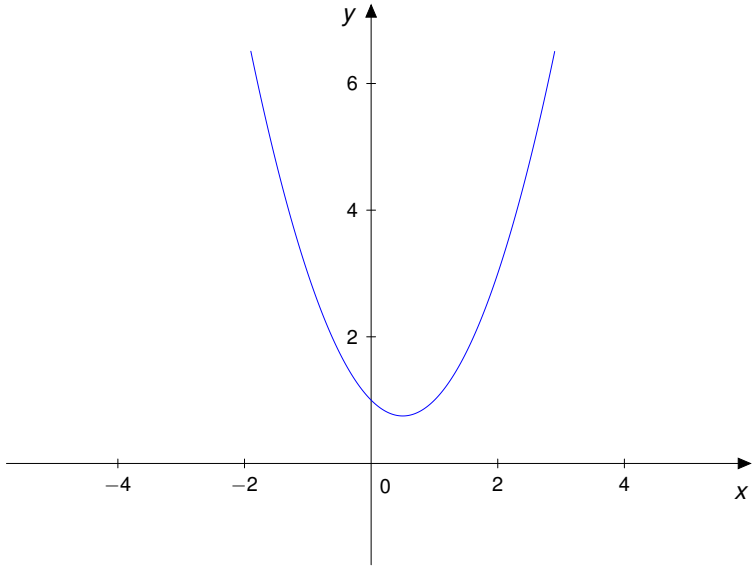

Sinal de $x^2 - x + 1$



E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)



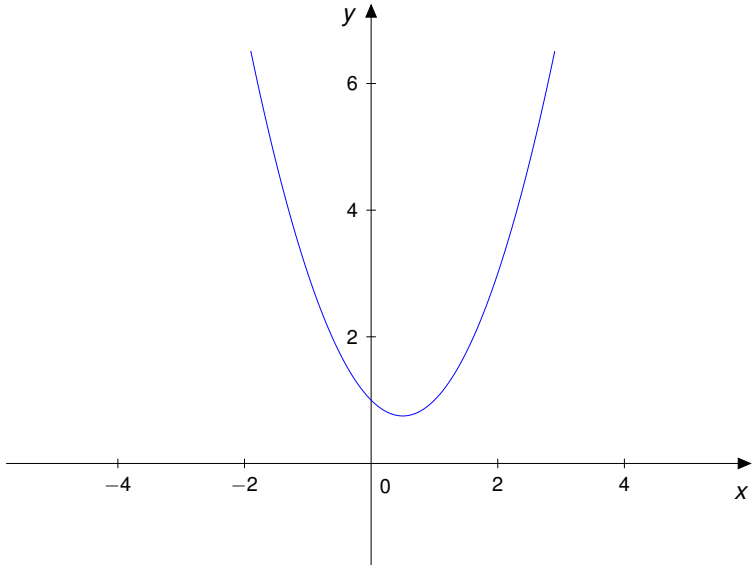

Sinal de $x^2 - x + 1$

# Inequações envolvendo funções quadráticas

E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)




Sinal de $x^2 - x + 1$

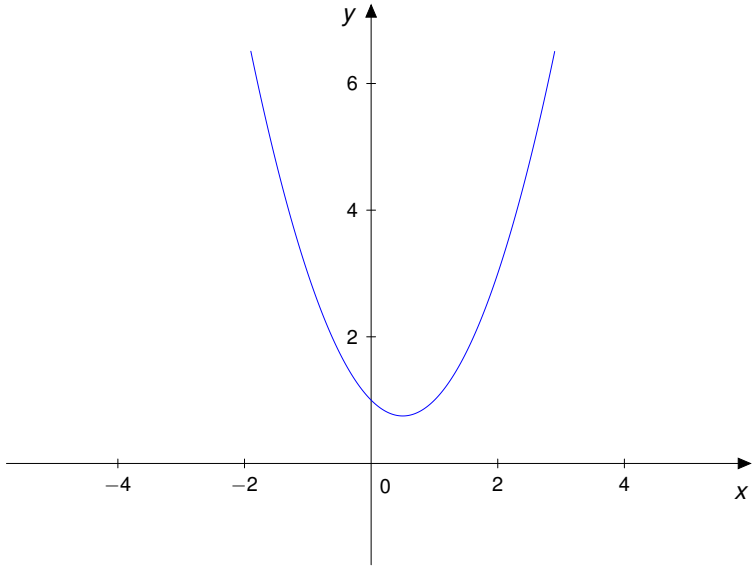
Qual é a solução da inequação $x^2 - x + 1 < 0$?

Qual é a solução da inequação $x^2 - x + 1 > 0$?

E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)




Sinal de $x^2 - x + 1$

Qual é a solução da inequação $x^2 - x + 1 < 0$? Resposta: $S = \varnothing$.

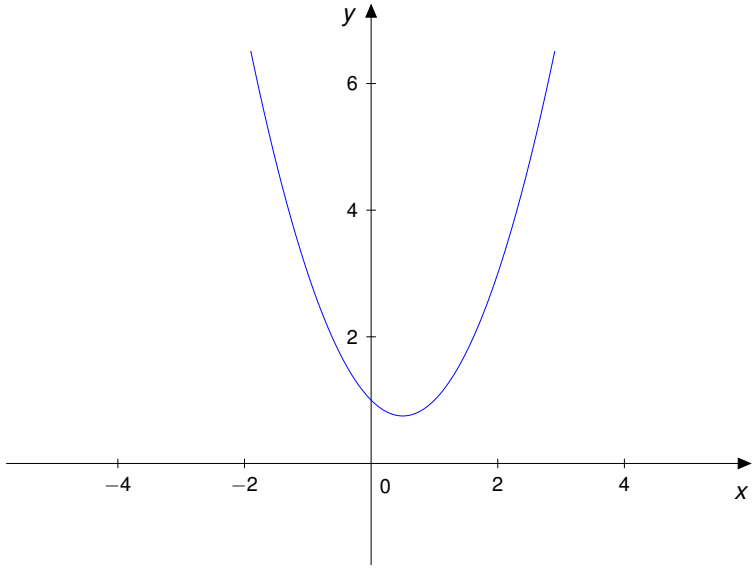
Qual é a solução da inequação $x^2 - x + 1 > 0$?

# Inequações envolvendo funções quadráticas

E quando a função quadrática não possui raízes reais?

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

(Note que $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = -3 < 0$)




Sinal de $x^2 - x + 1$

Qual é a solução da inequação $x^2 - x + 1 < 0$? Resposta: $S = \varnothing$.

Qual é a solução da inequação $x^2 - x + 1 > 0$? Resposta: $S = \mathbb{R}$.

# Regra de ouro para se resolver inequações

Para resolver uma inequação do tipo

$$\frac{u(x)}{v(x)} < \frac{r(s)}{s(x)}$$

basta, primeiro, usando propriedades válidas dos números reais, convertê-la em uma inequação equivalente da forma

$$\frac{f(x)}{g(x)} < 0,$$

com $f$ e $g$ funções que podem ser expressas como produtos de funções cujos sinais são fáceis de se obter. Depois, basta usar o esquema do quadro de sinais para fazer estudar o sinal de $f(x)/g(x)$.

# Revisão: leitura gráfica do domínio e da imagem de uma função real

# Leitura gráfica: domínio e imagem

# Leitura gráfica: domínio e imagem

- Como saber se um número real $a$ pertence ao domínio de uma função $f$?

# Leitura gráfica: domínio e imagem

- Como saber se um número real $a$ pertence ao domínio de uma função $f$?
- Como saber se um número real $b$ pertence à imagem de uma função $f$?

# Leitura gráfica: domínio e imagem

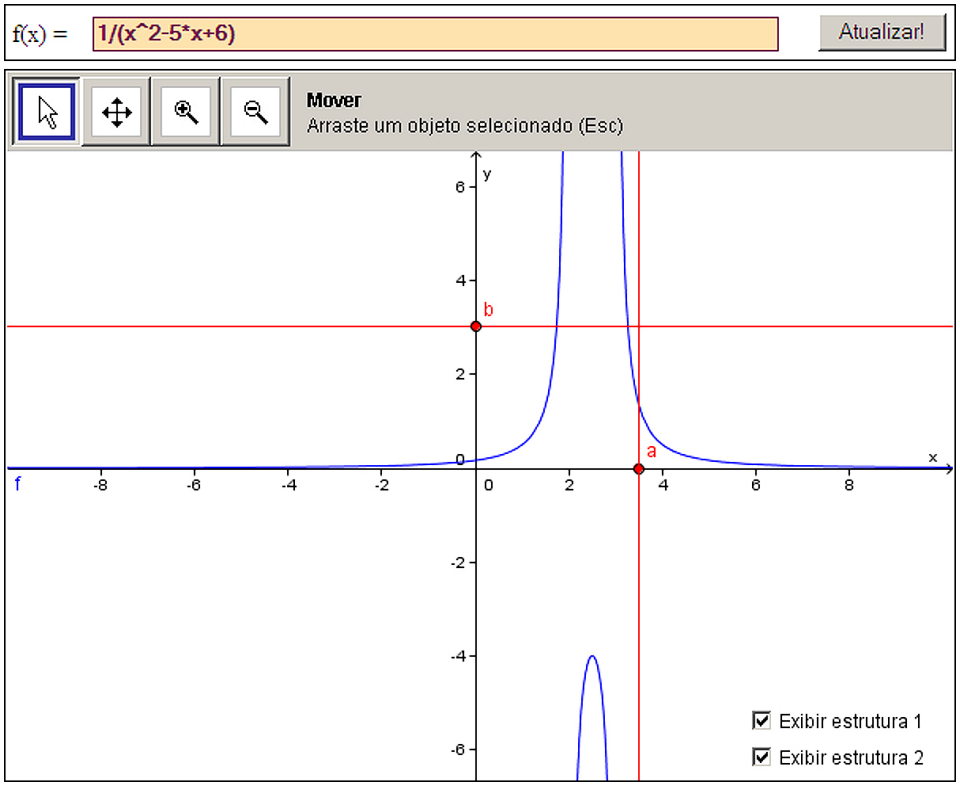
- Como saber se um número real $a$ pertence ao domínio de uma função $f$?
  Resposta: verifique se a reta vertical $x = a$ intercepta ou não o gráfico de $f$.
- Como saber se um número real $b$ pertence à imagem de uma função $f$?

# Leitura gráfica: domínio e imagem

- Como saber se um número real $a$ pertence ao domínio de uma função $f$?
  Resposta: verifique se a reta vertical $x = a$ intercepta ou não o gráfico de $f$.
- Como saber se um número real $b$ pertence à imagem de uma função $f$?
  Resposta: verifique se a reta horizontal $y = b$ intercepta ou não o gráfico de $f$.

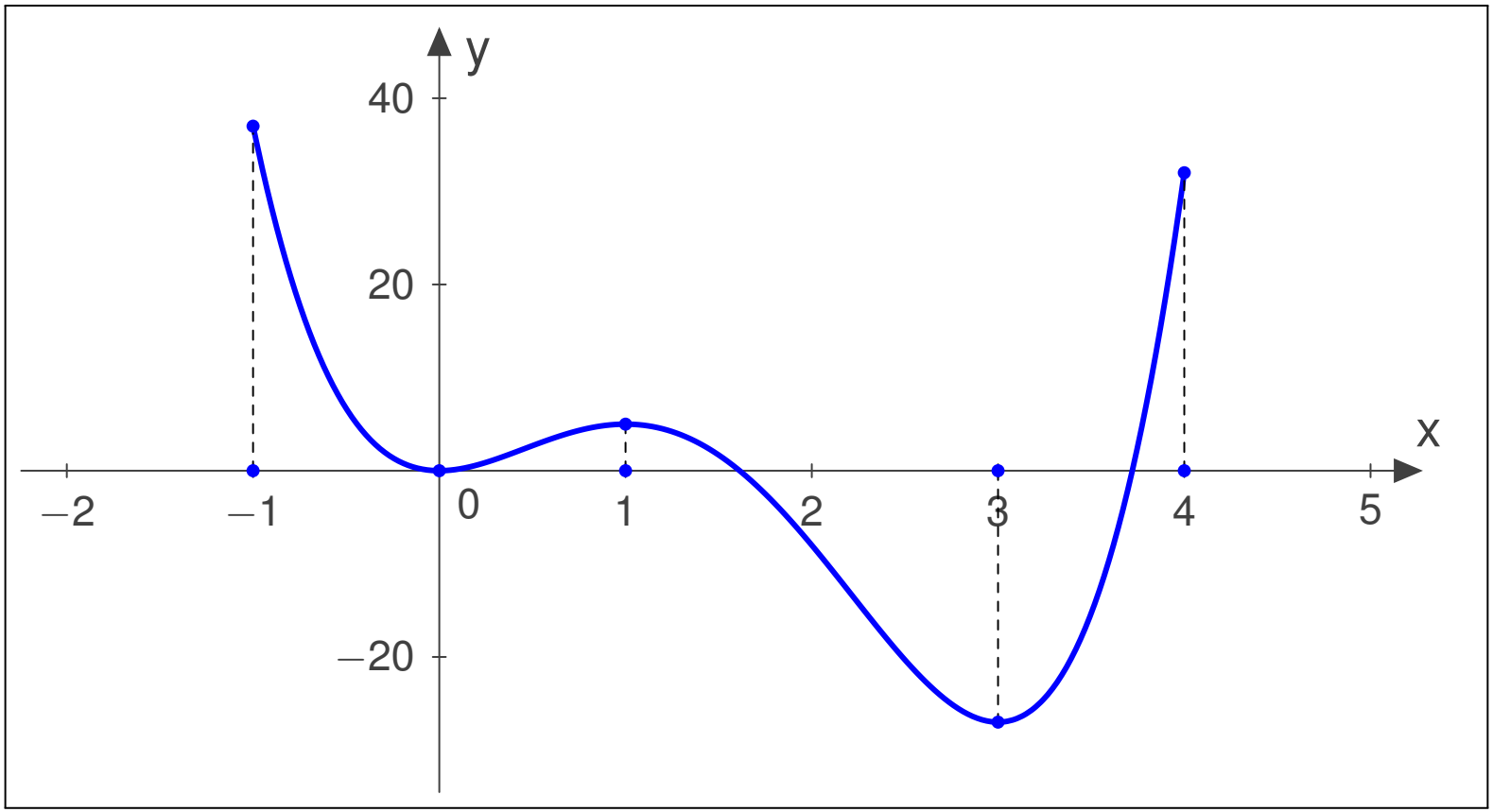
# Leitura gráfica: domínio e imagem

- Como saber se um número real $a$ pertence ao domínio de uma função $f$?
  Resposta: verifique se a reta vertical $x = a$ intercepta ou não o gráfico de $f$.
- Como saber se um número real $b$ pertence à imagem de uma função $f$?
  Resposta: verifique se a reta horizontal $y = b$ intercepta ou não o gráfico de $f$.



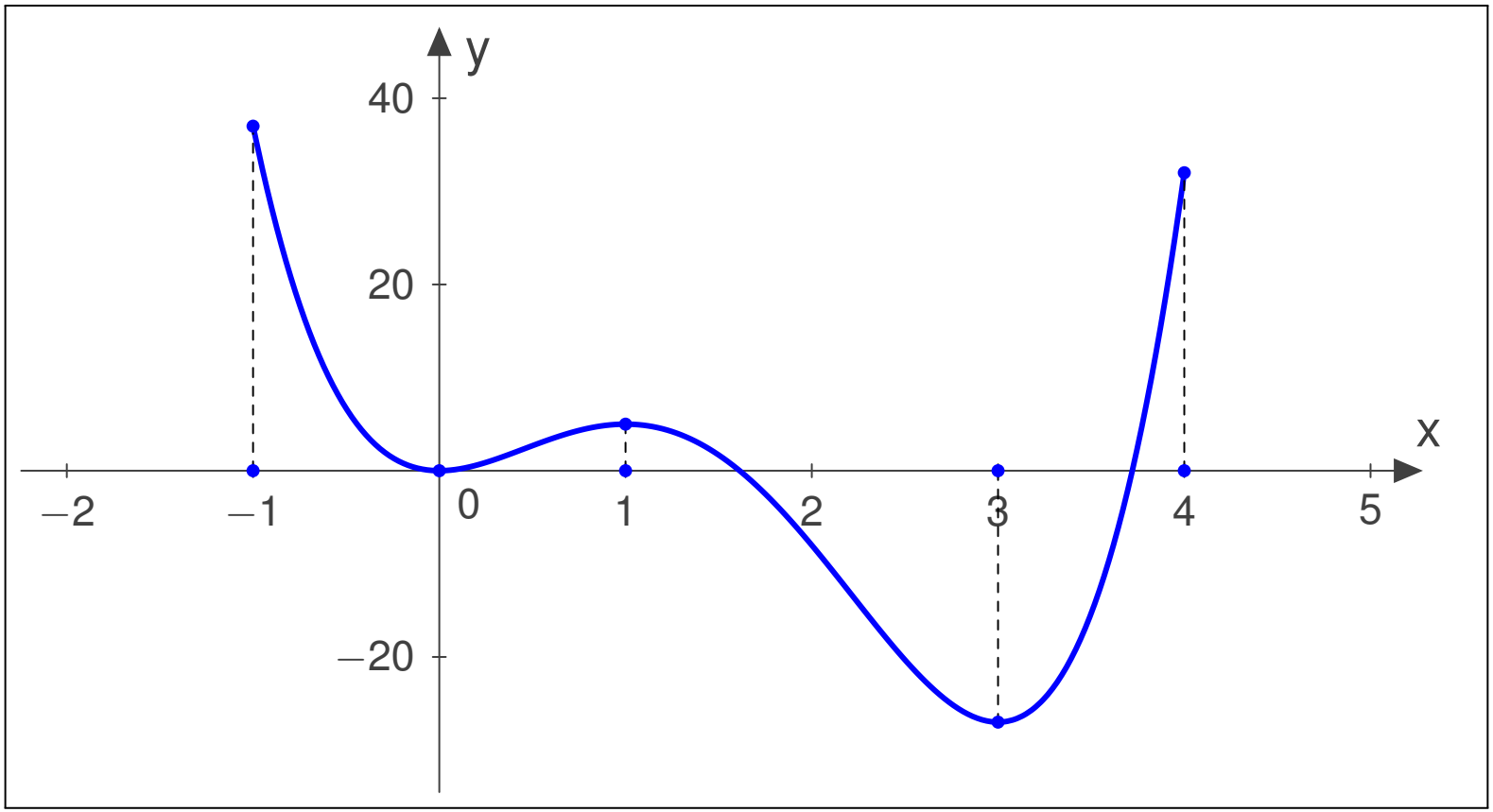

(Ir para o GeoGebra)

# Leitura gráfica: domínio e imagem

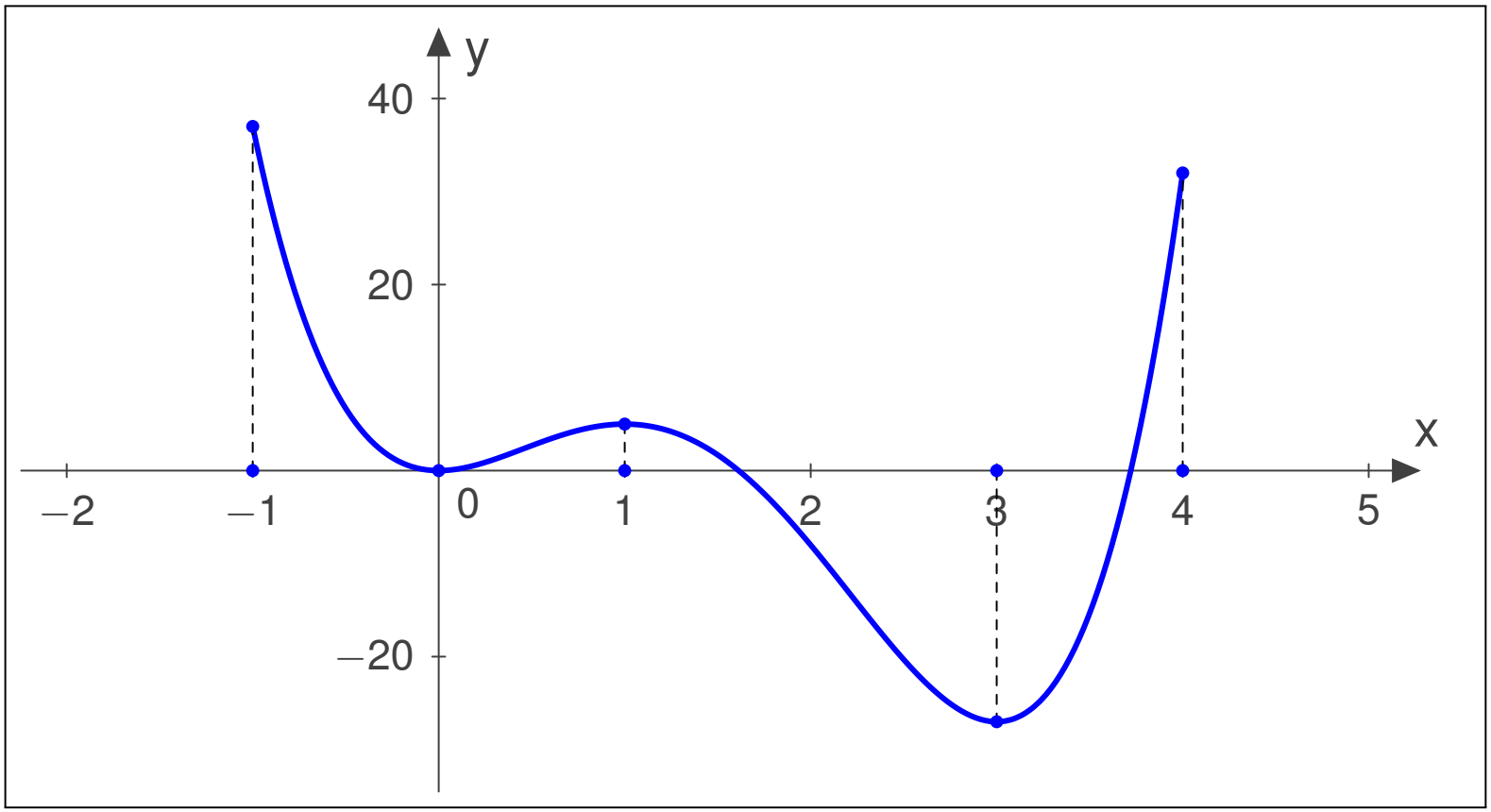


# Leitura gráfica: domínio e imagem

Qual é o domínio da função $f$ cujo gráfico é dado abaixo?
(Supondo que a figura exibe todo o gráfico da função!)

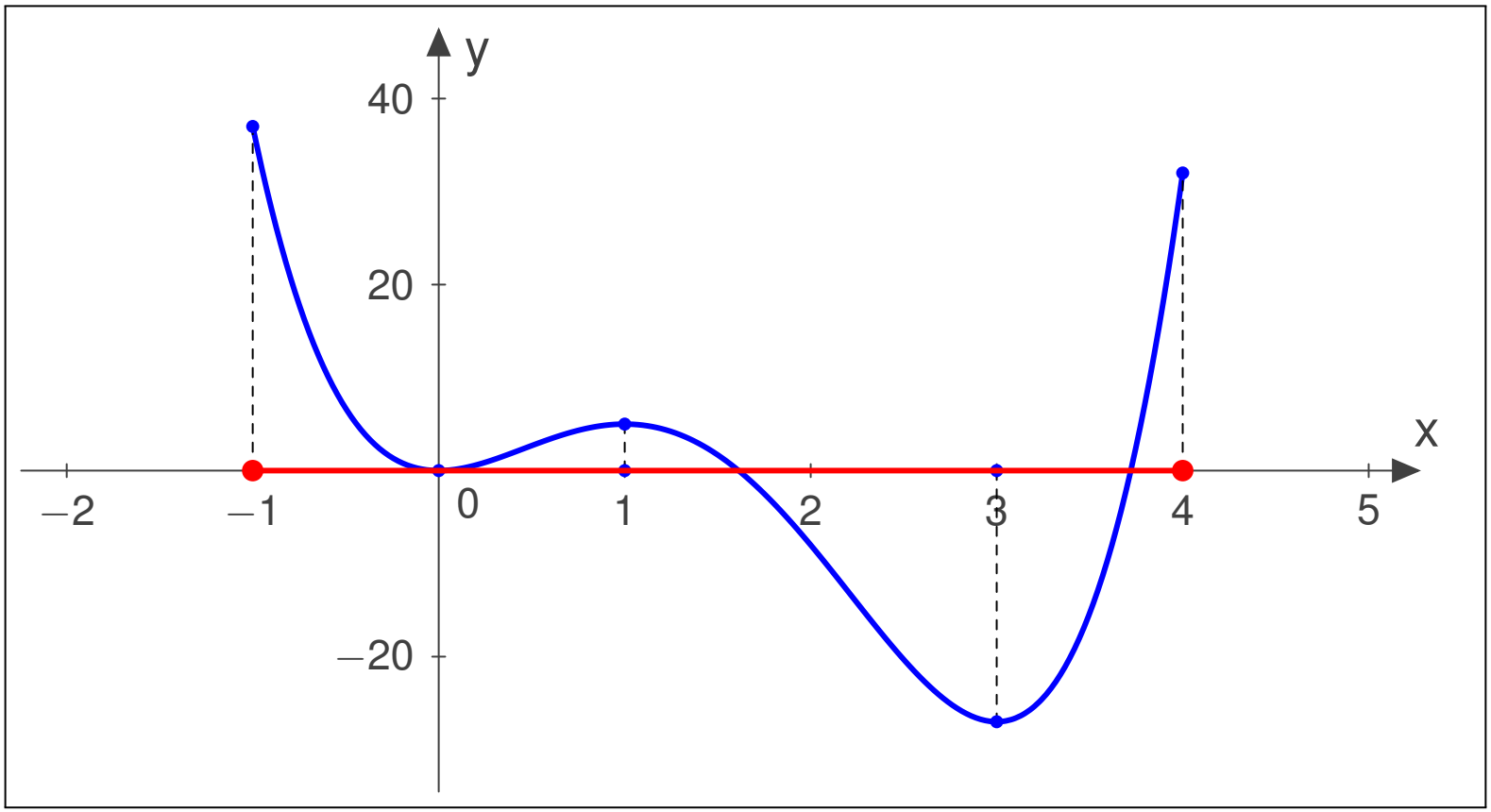


Resposta: o domínio da função $f$ é o conjunto $D = [-1, 4]$



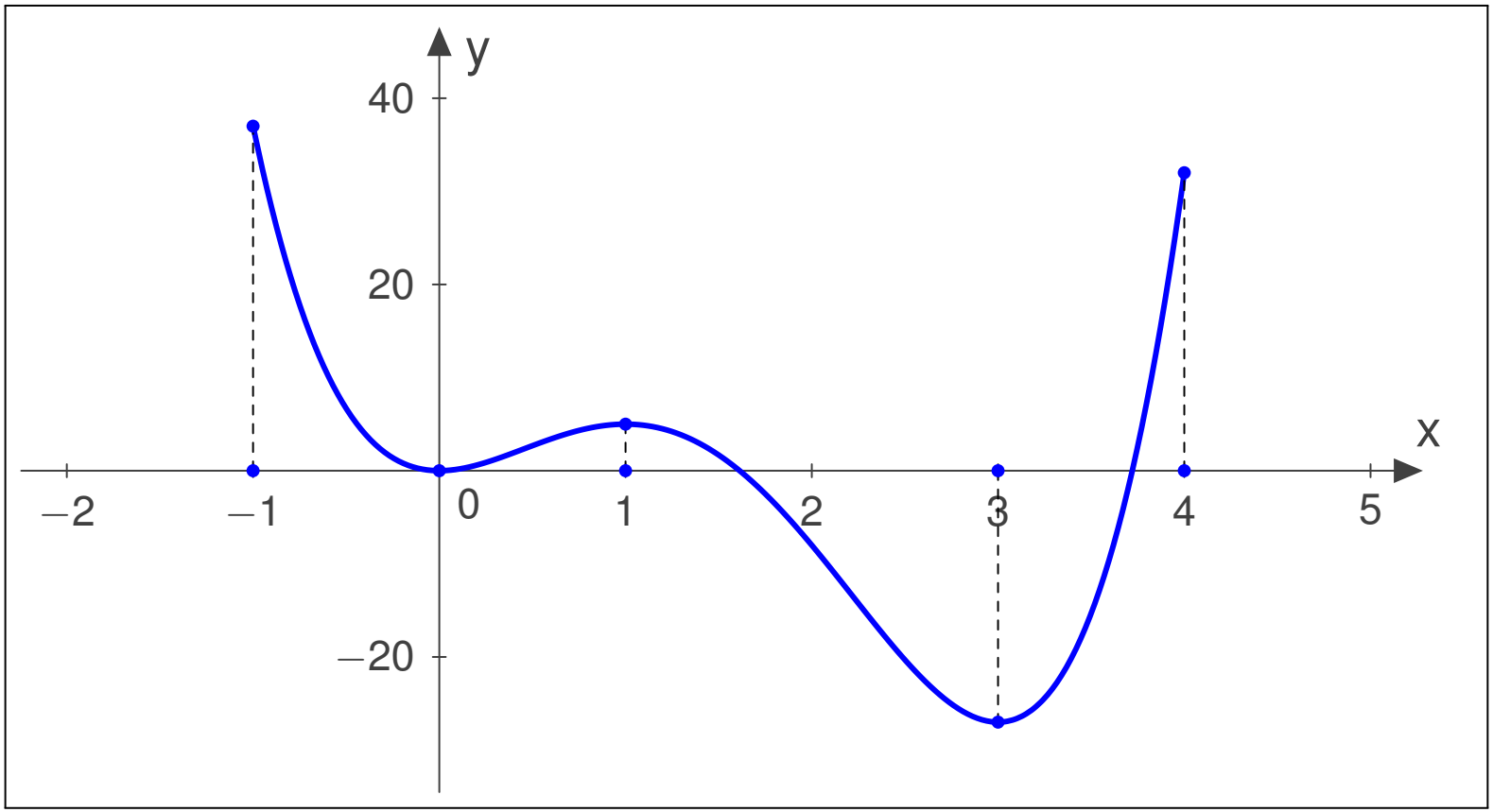
# Leitura gráfica: domínio e imagem

Resposta: o domínio da função $f$ é o conjunto $D = [-1, 4]$



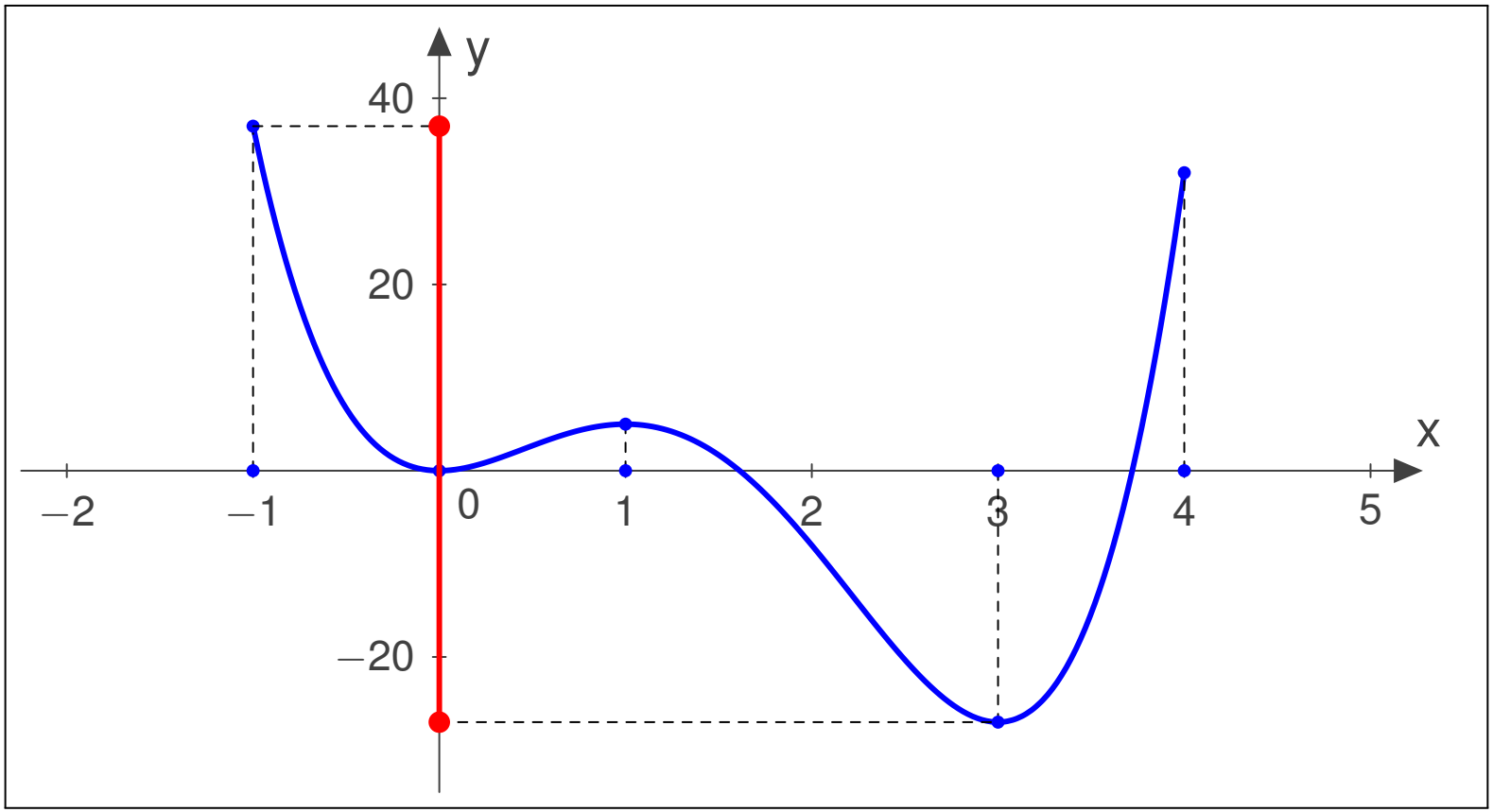
# Leitura gráfica: domínio e imagem

Qual é a imagem da função $f$ cujo gráfico é dado abaixo?

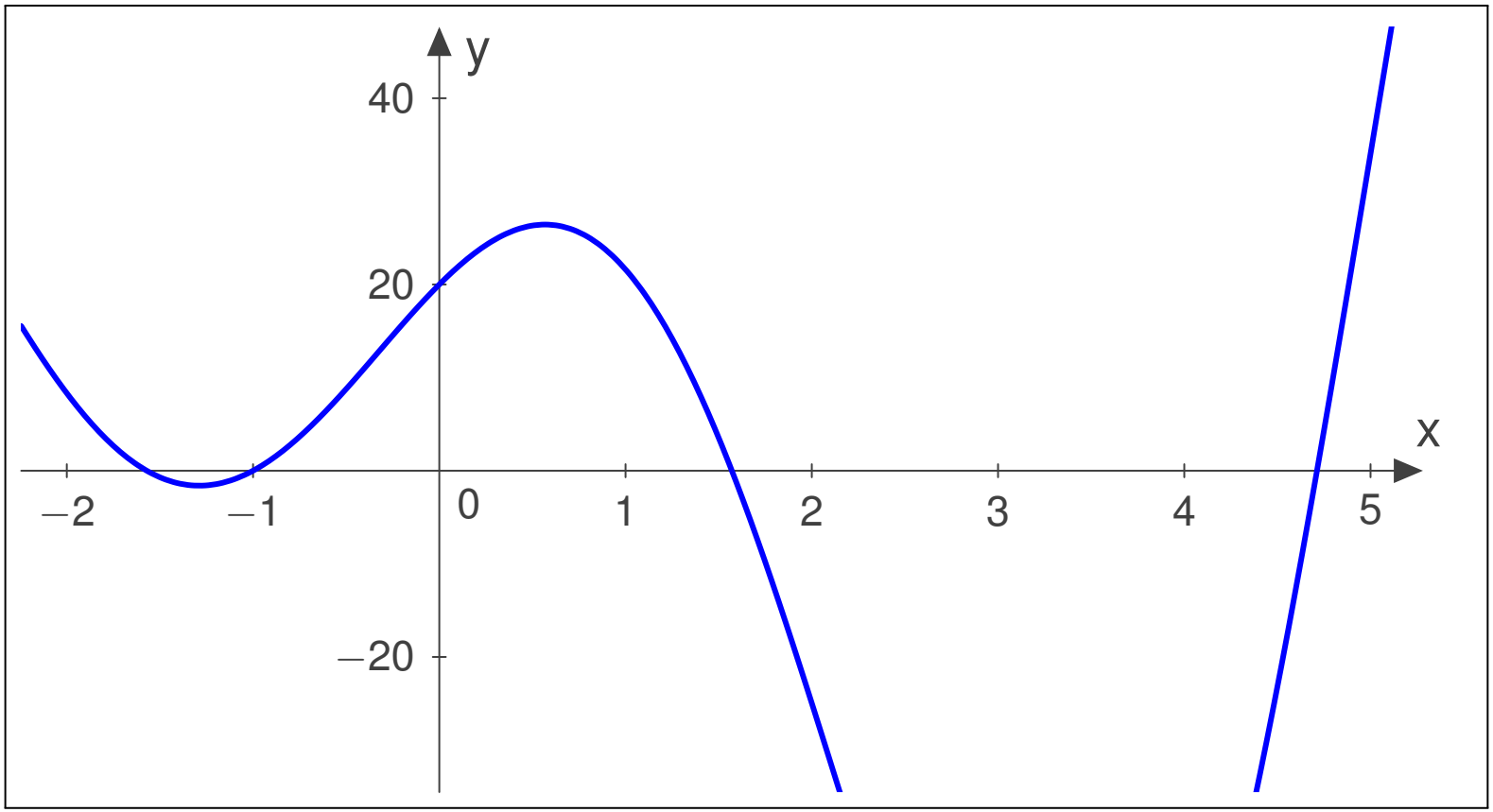


# Leitura gráfica: domínio e imagem

Resposta: é o intervalo no eixo *y* indicado na figura!

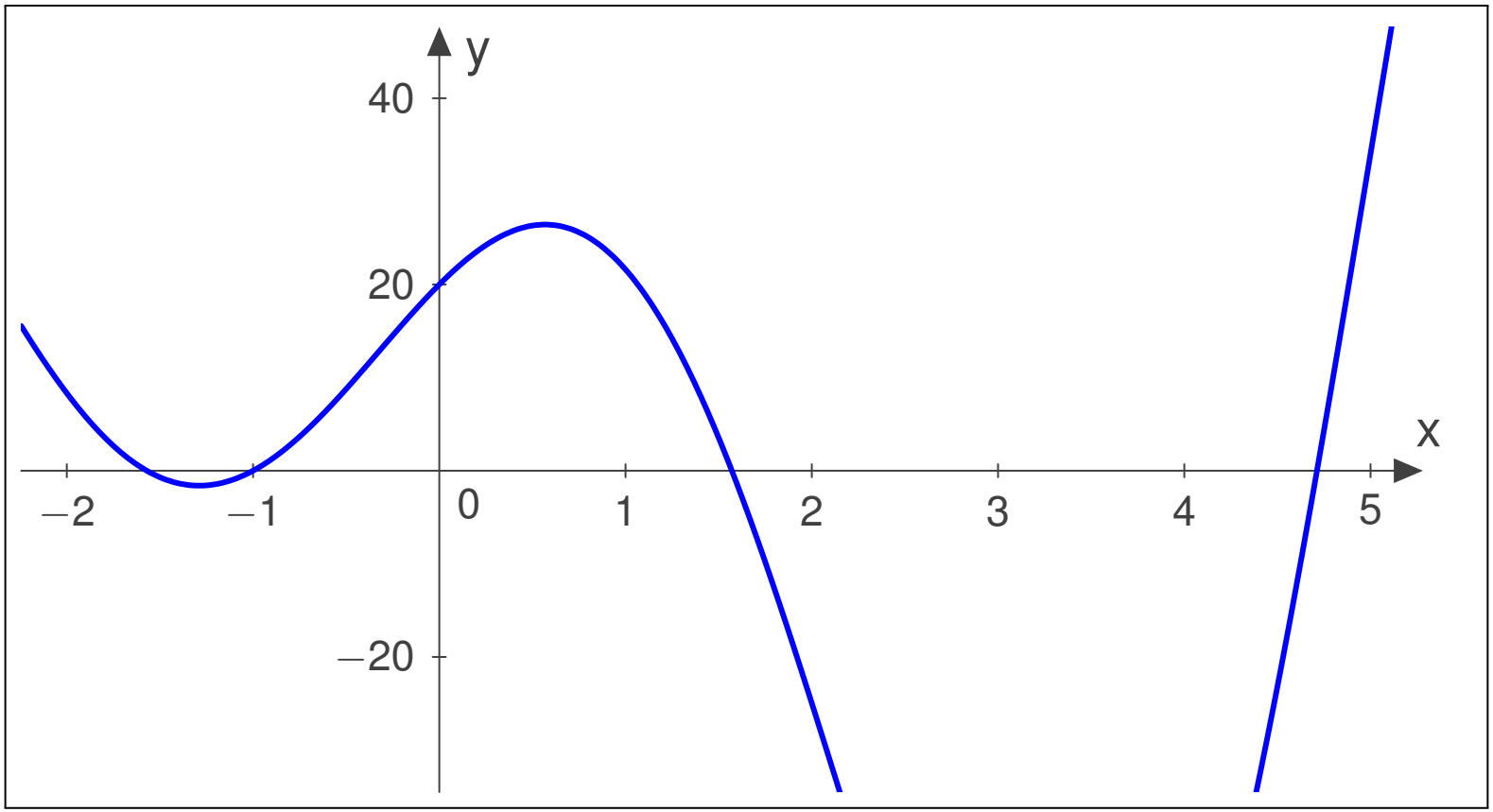


# Leitura gráfica: domínio e imagem



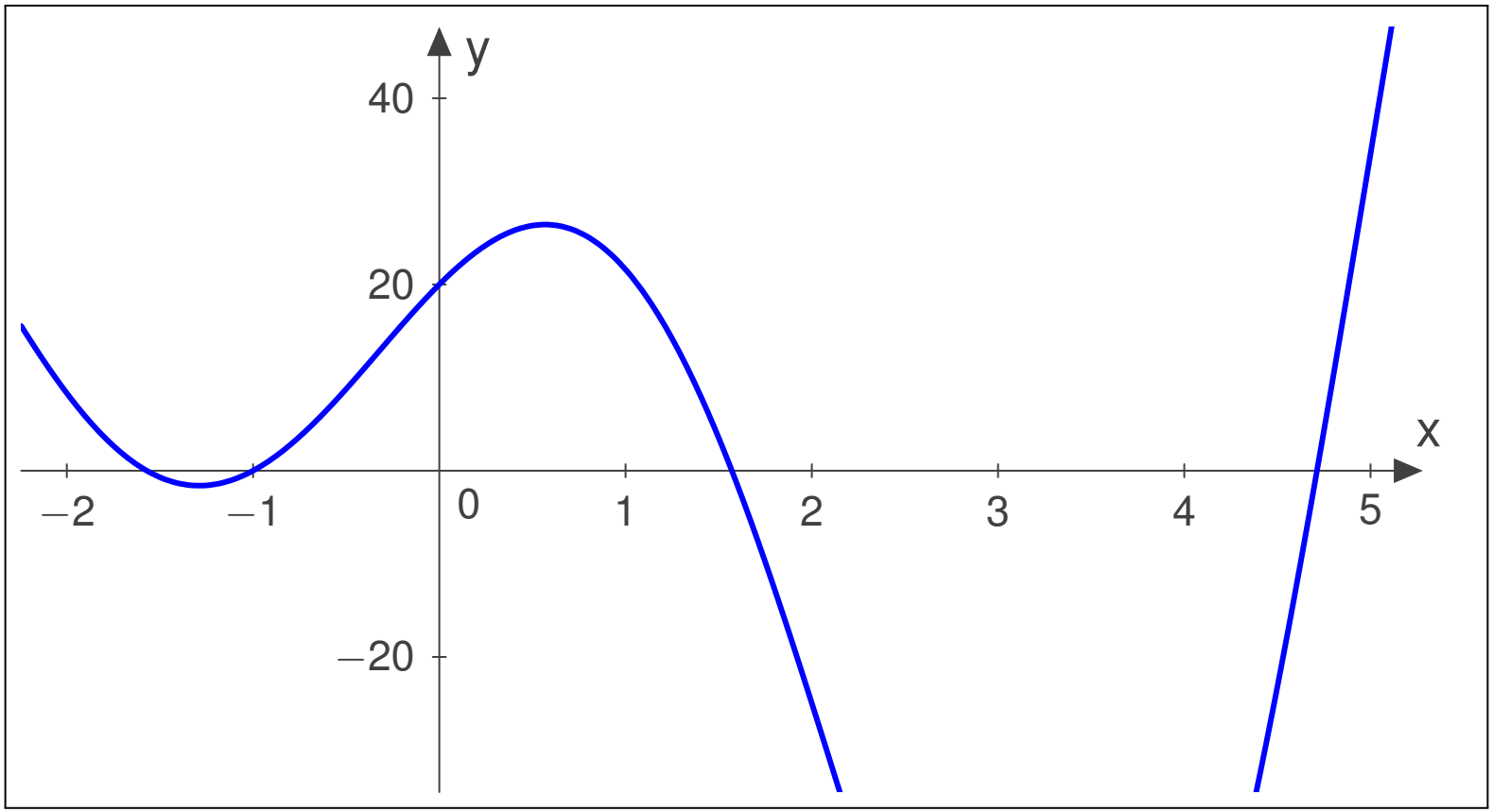
# Leitura gráfica: domínio e imagem

Qual é o domínio da função $f$ cujo gráfico é dado abaixo?



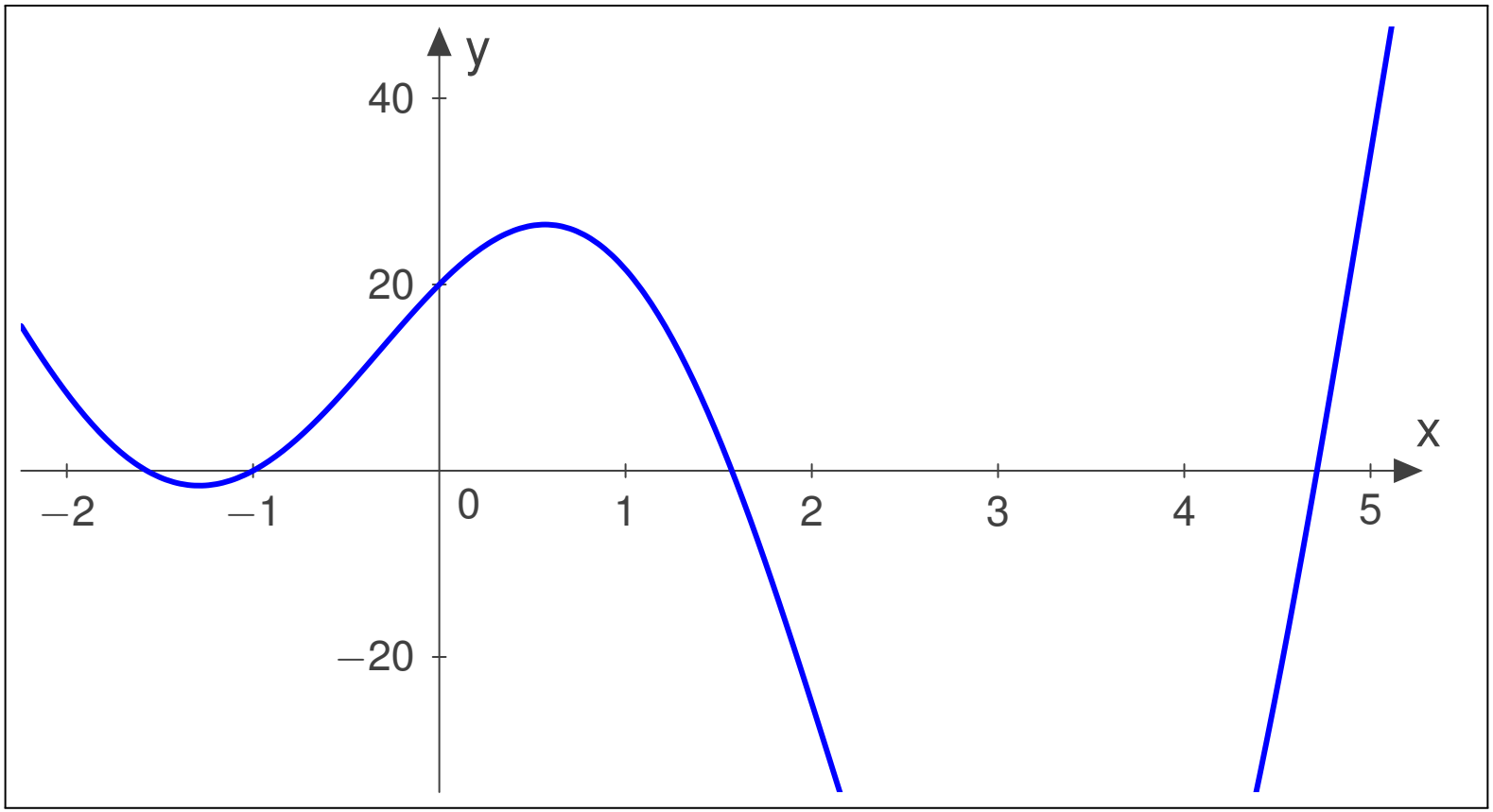
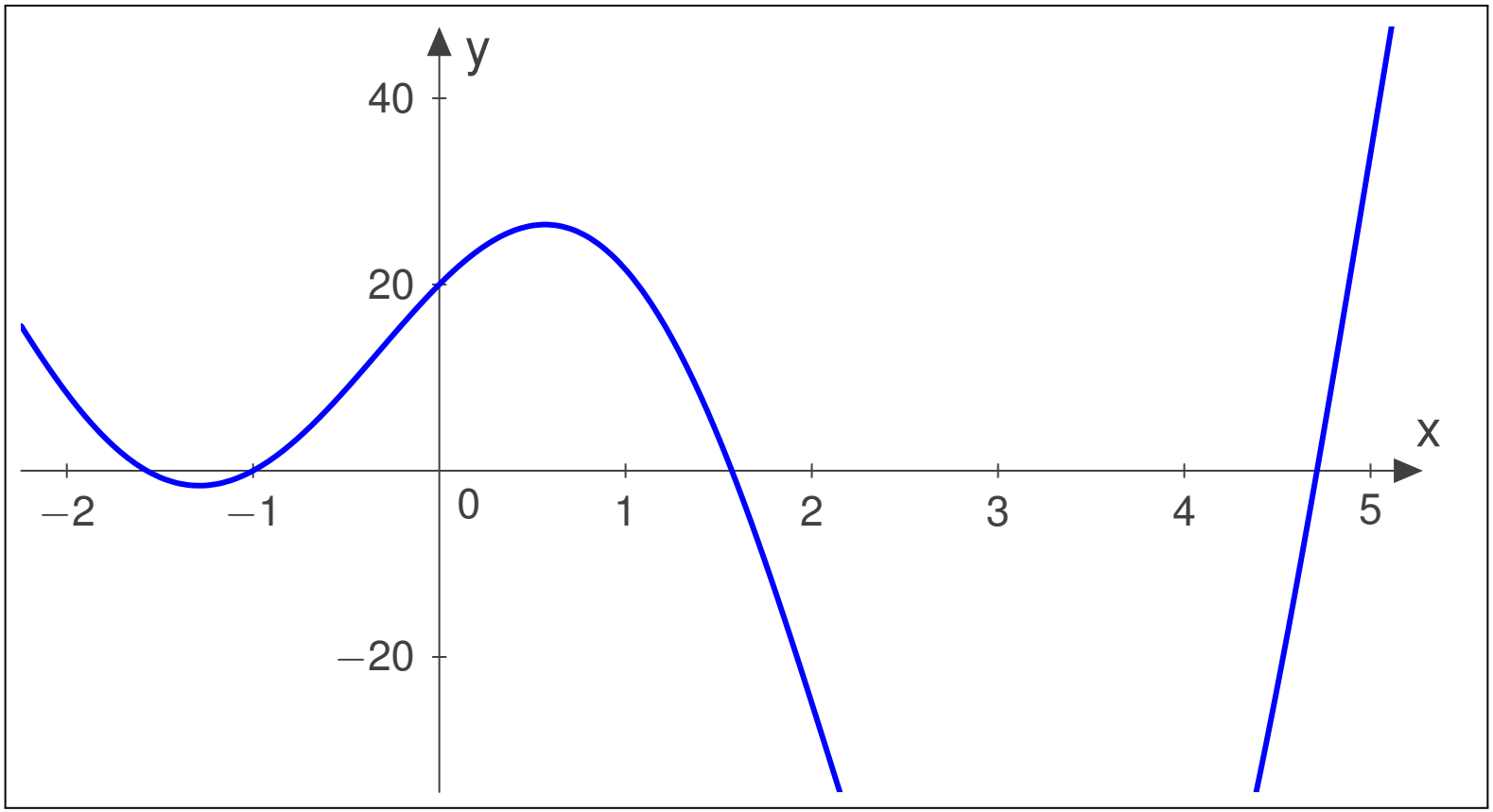
# Leitura gráfica: domínio e imagem

Resposta: não é possível determinar
pois apenas uma parte do gráfico está sendo apresentada!



# Leitura gráfica: domínio e imagem

Qual é a imagem da função $f$ cujo gráfico é dado abaixo?



Resposta: não é possível determinar
pois apenas uma parte do gráfico está sendo exibida!