Cálculo I -A-

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Parte 3

Versão 0.9

Problemas de organização e erros frequentes

Problemas de organização e erros frequentes

Thiago Nascimento da Silva

- $|2x+5| > 3$

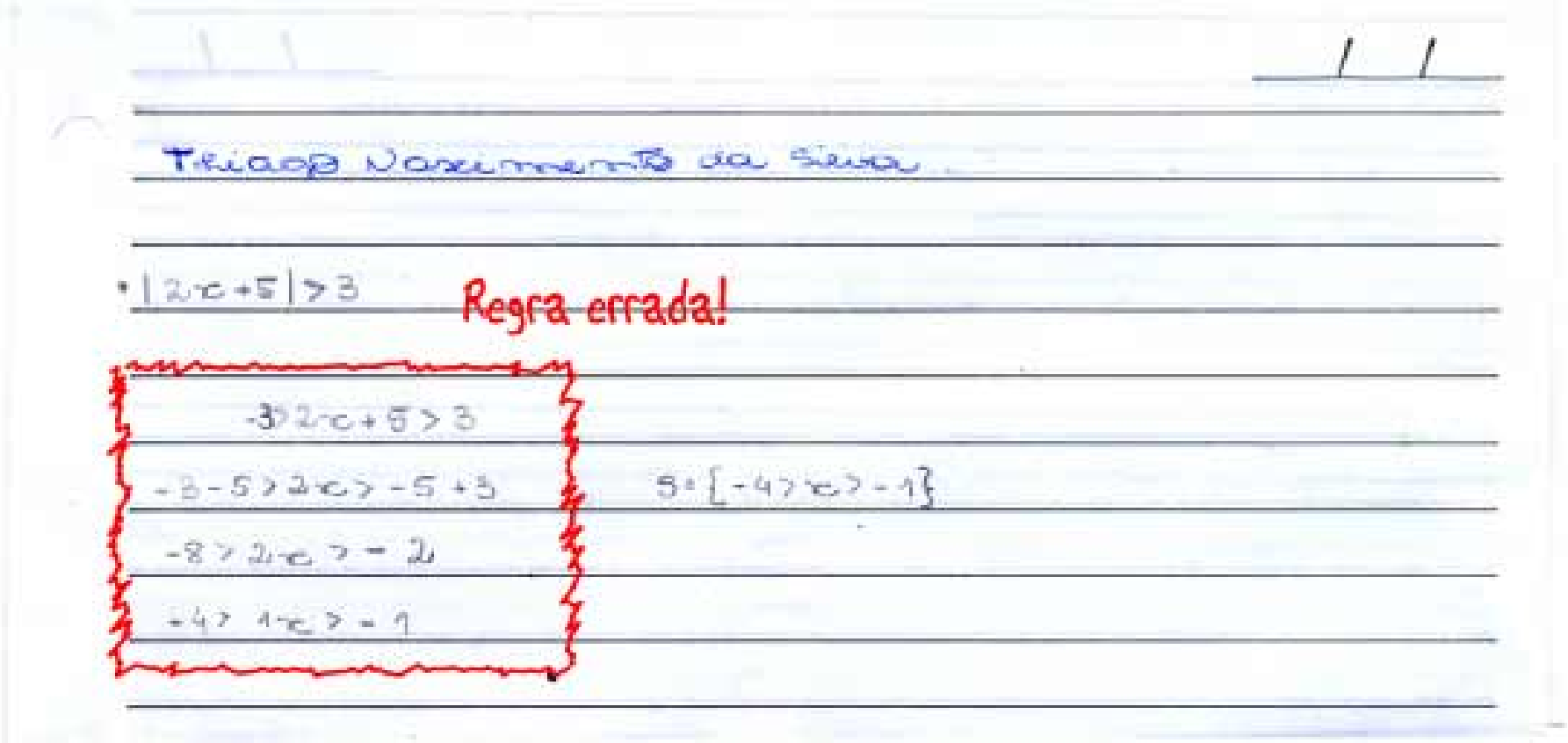
$-3 > 2x+5 > 3$

$-3-5 > 2x > -5+3$ $\qquad S = \{-4 > x > -1\}$

$-8 > 2x > -2$

$-4 > 1x > -1$

Problemas de organização e erros frequentes



Problemas de organização e erros frequentes

Thiago Nascimento da Silva

• $|2x+5| > 3$

Regra errada!

$-3 > 2x+5 > 3$

$-3-5 > 2x > -5+3$

$-8 > 2x > -2$

$-4 > 1x > -1$

$S = \{-4 > x > -1\}$

Notação correta para a resposta errada:

$D = \{x \in R \mid -4 > x > -1\}$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -5-3$ $\quad$ $2x > -5+3$

$2x < -8$ $\quad$ $2x > -2$

$x < -4$ $\quad$ $x > -1$

$S = x \in \mathbb{R} \mid x < -4 \text{ e } x > -1$

$]-4;-1[$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -5-3$ ou $2x > -5+3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

$S = x \in \mathbb{R} \mid x < -4 \text{ e } x > -1$

$]-4;-1[$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -5-3$ ou $2x > -5+3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -4 \text{ ou } x > -1\}$

$=]-4;-1[$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade

$$|2x+5| > 3$$

$$p < -a \quad \text{ou} \quad p > a$$

$$2x+5 < -3 \qquad \text{ou} \qquad 2x+5 > 3$$

$$2x < -8 \qquad\qquad 2x > -2$$

$$x < -4 \qquad\qquad x > -1$$

$$S =]-\infty, -4[\ \text{ou} \ ]-1, +\infty[$$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade

$$|2x+5| > 3$$

$$p < -a \quad \text{ou} \quad p > a$$

$$2x+5 < -3 \quad \text{ou} \quad 2x+5 > 3$$

$$2x < -8 \quad \text{ou} \quad 2x > -2$$

$$x < -4 \quad \text{ou} \quad x > -1$$

$$S =]-\infty, -4[\ \text{ou} \ ]-1, +\infty[$$

Problemas de organização e erros frequentes

Resolva a desigualdade

$$|2x+5| > 3$$

$$p < -a \quad \text{ou} \quad p > a$$

$$2x+5 < -3 \quad \text{ou} \quad 2x+5 > 3$$

$$2x < -8 \quad \text{ou} \quad 2x > -2$$

$$x < -4 \quad \text{ou} \quad x > -1$$

$$S =]-\infty, -4[\ \boxed{\text{ou}} \ ]-1, +\infty[$$

Usar "U"!

Problemas de organização e erros frequentes

$$-|2x-5| < -4 \quad \downarrow \quad |2x-5| > 4$$

$$2x-5 < -4 \qquad \text{ou} \qquad 2x-5 > 4$$

$$2x < 1 \qquad\qquad 2x > 9$$

$$x < 1/2 \qquad\qquad x > 9/2$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1/2 \ \cup \ x > 9/2\}$$

Problemas de organização e erros frequentes

$-|2x-5| < -4 \quad \downarrow \quad |2x-5| > 4$

$2x-5 < -4$ ou $2x-5 > 4$

$2x < 1$ ou $2x > 9$

$x < 1/2$ ou $x > 9/2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1/2 \cup x > 9/2\}$

Problemas de organização e erros frequentes

$-|2x-5| < -4 \quad \downarrow \quad |2x-5| > 4$

$2x - 5 < -4$ ou $2x - 5 > 4$

$2x < 1$ ou $2x > 9$

$x < 1/2$ ou $x > 9/2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1/2 \ \boxed{\cup} \ x > 9/2\}$

Usar "ou"!

Problemas de organização e erros frequentes

3) $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

$2x < -3-5$ $\quad$ $2x > -5+3$

$2x < -8$ $\quad$ $2x > -2$

$x < -4$ $\quad$ $x > -1$

D. $]\, x < -4$ ou $x > -1\, [$

Problemas de organização e erros frequentes

3) $|2x+5| > 3$

$2x+5 < -3$ ou $2x+5 > 3$

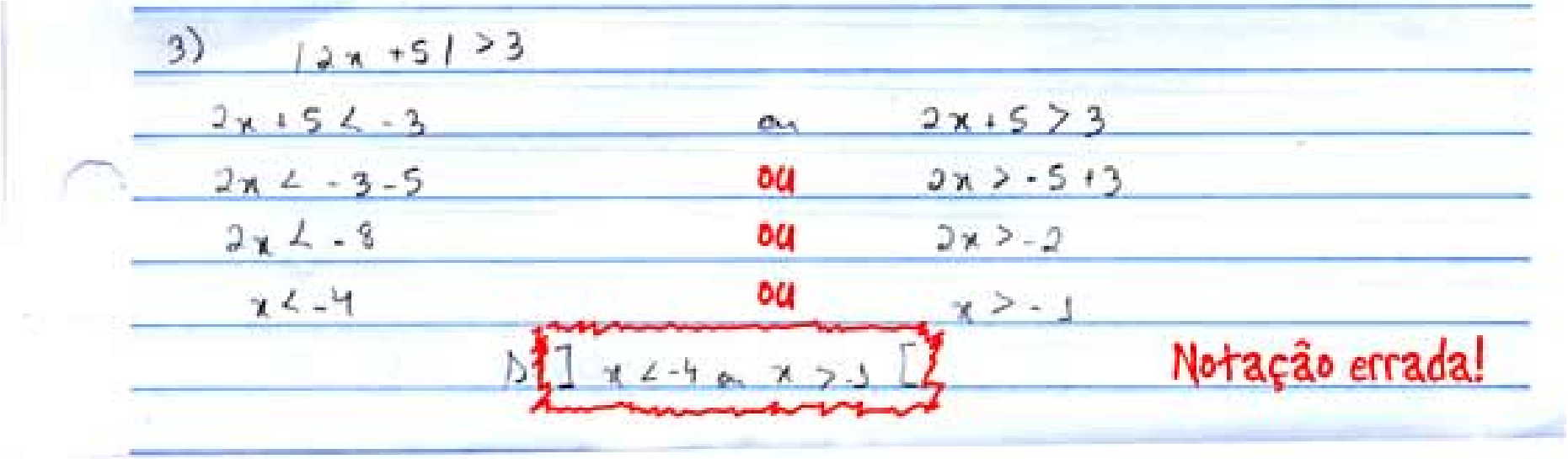
$2x < -3-5$ ou $2x > -5+3$

$2x < -8$ ou $2x > -2$

$x < -4$ ou $x > -1$

D. $]\, x < -4$ ou $x > -1\, [$

Problemas de organização e erros frequentes



Problemas de organização e erros frequentes

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $\quad 2x+5 < -3$

$2x > -2 \qquad 2x < -8$

$x > -1 \qquad x < -4$

$S: \{x > -1$ ou $x < -4\}$.

$S:]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$

VIRE $\rightarrow$

Problemas de organização e erros frequentes

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $2x+5 < -3$

$2x > -2$ ou $2x < -8$

$x > -1$ ou $x < -4$

$S: \{x > -1$ ou $x < -4\}$.

$S:]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$

VIRE $\rightarrow$

Problemas de organização e erros frequentes

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $2x+5 < -3$

$2x > -2$ ou $2x < -8$

$x > -1$ ou $x < -4$

$S = \{x > -1$ ou $x < -4\}$.

$S =]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$

Usar "="!

VIRE →

Problemas de organização e erros frequentes

ex. $|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$, ou $2x+5 < -3$

$2x > -2$ ou $2x < -8$

$x > -1$ ou $x < -4$

$S = \boxed{\{x > -1 \text{ ou } x < -4\}}$.

Notação errada!

$S =]-\infty, -4[\cup]-1, +\infty[$

Usar "="!

VIRE →

Problemas de organização e erros frequentes

$|3+2x| < 2 \rightarrow -3-2x < 2$

$3+2x < 2$ $\qquad$ $x > 5$

$x < -1$

Organização?

Usar 'e' ou 'ou'?

Respostas?

$|2x-3| = 5x-1$

$2x-3 = 5x-1$ $\qquad$ $2x-3 = -5x+1$

$x = 2$ $\qquad$ $x = 4$

3 $\qquad$ 7

$|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$ $\qquad$ $-2x-5 > 3$

$x > -1$ $\qquad$ $x < -4$

Problemas de organização e erros frequentes

$|3+2x| < 2 \rightarrow -3-2x < 2$

$3+2x < 2$ $\qquad$ $x > 5$

$x < -1$

$|2x+5| > 3$

$2x+5 > 3$ $\qquad$ $-2x-5 > 3$

$x > -1$ $\qquad$ $x < -4$

Organização?

Usar 'e' ou 'ou'?

Respostas?

$|2x-3| = 5x-1$

$2x-3 = 5x-1$ $\qquad$ $2x-3 = -5x+1$

$x = 2$ $\qquad$ $x = 4$

3 $\qquad$ 7

Revisão: função exponencial

A função exponencial

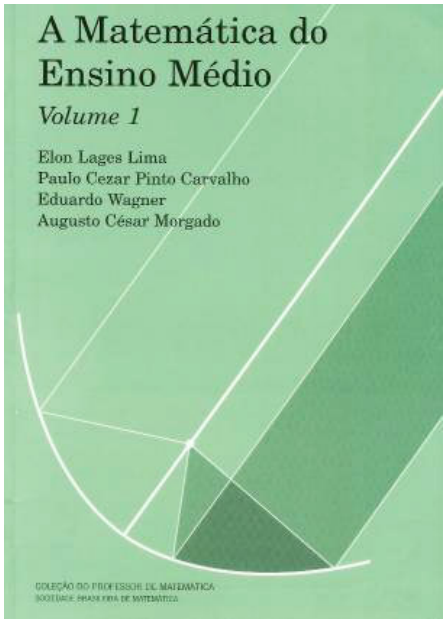
O que faremos aqui é uma revisão muito rápida!

A função exponencial

O que faremos aqui é uma revisão muito rápida!

Para os interessados em definições mais precisas e justificativas, recomendamos o livro:

Elon Lages Lima; Paulo Cezar Pinto Carvalho; Eduardo Wagner; Augusto César Morgado. *A Matemática do Ensino Médio. Volume 1.* Coleção do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, 2003.



A função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}.$$

A função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}.$$

A função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}.$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

A função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}.$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

A função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}.$$

(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

A função exponencial

$$y = f(x) = a^x \text{ com } a > 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}.$$

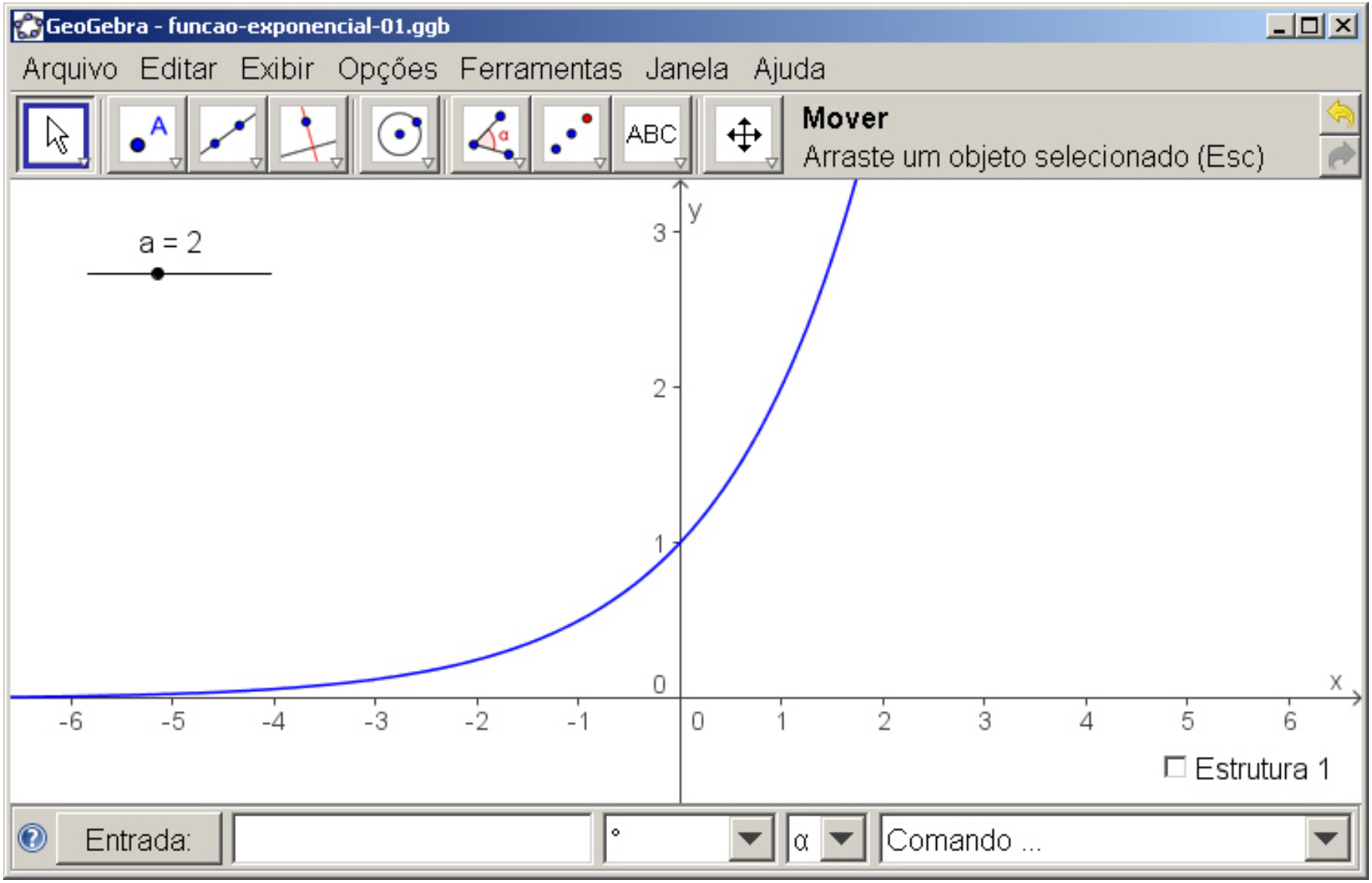
(1) Vale que $f(0) = a^0 = 1$, para todo $a > 0$. Temos também que $f(x) = a^x > 0$ para todo $a > 0$ e $x \in \mathbb{R}$.

(2) Vale que $f(p)^q = (a^p)^q = a^{p \cdot q} = f(p \cdot q)$.

(3) Vale que $\dfrac{1}{f(p)} = \dfrac{1}{a^p} = a^{-p} = f(-p)$.

(4) Vale que $f(p+q) = a^{p+q} = a^p \cdot a^q = f(p) \cdot f(q)$.

A função exponencial



Revisão: função logarítmica

A função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

A função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$ e $f(a) = \log_a(a) = 1$, para todo $a > 0$.

A função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$ e $f(a) = \log_a(a) = 1$, para todo $a > 0$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \forall p, q > 0$.

A função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$ e $f(a) = \log_a(a) = 1$, para todo $a > 0$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0$.

(3) Vale que $f(x^r) = \log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x), \ \ \forall x > 0$ e $\forall r \in \mathbb{R}$.

A função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$ e $f(a) = \log_a(a) = 1$, para todo $a > 0$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0$.

(3) Vale que $f(x^r) = \log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x), \ \ \forall x > 0$ e $\forall r \in \mathbb{R}$.

(4) Vale que $f\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0$.

A função logarítmica

$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ com } a > 0, a \neq 1 \text{ e } x > 0.$$

(1) Vale que $f(1) = \log_a(1) = 0$ e $f(a) = \log_a(a) = 1$, para todo $a > 0$.

(2) Vale que $f(p \cdot q) = \log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0$.

(3) Vale que $f(x^r) = \log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x), \ \ \forall x > 0$ e $\forall r \in \mathbb{R}$.

(4) Vale que $f\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a(p) - \log_a(q), \ \ \forall p, q > 0$.

(5) Vale que $f(x) = \log_a(x) = \dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)}, \ \ \forall x, b > 0, b \neq 1$.

IMPORTANTE!

- $\ln(x)$ é uma notação para $\log_e(x)$, onde $e = 2.7182818284\ldots$!
  O logaritmo de base e é denominado logaritmo natural.

IMPORTANTE!

- $\ln(x)$ é uma notação para $\log_e(x)$, onde $e = 2.7182818284\ldots$!
  O logaritmo de base e é denominado logaritmo natural.

- $e^{\ln(x)} = x$ para todo $x > 0$

.

IMPORTANTE!

- $\ln(x)$ é uma notação para $\log_e(x)$, onde $e = 2.7182818284\ldots$! O logaritmo de base e é denominado logaritmo natural.

- $e^{\ln(x)} = x$ para todo $x > 0$ (pois $x \mapsto e^x$ e $x \mapsto \ln(x)$ são funções inversas uma da outra).

.

IMPORTANTE!

- $\ln(x)$ é uma notação para $\log_e(x)$, onde $e = 2.7182818284\ldots$! O logaritmo de base e é denominado logaritmo natural.

- $e^{\ln(x)} = x$ para todo $x > 0$ (pois $x \mapsto e^x$ e $x \mapsto \ln(x)$ são funções inversas uma da outra). Em particular: $e^{\ln(\square)} = \square$ e $e^{\ln(x^x)} = x^x$, para todo $\square, x > 0$.

IMPORTANTE!

- $\ln(x)$ é uma notação para $\log_e(x)$, onde $e = 2.7182818284\ldots$! O logaritmo de base e é denominado logaritmo natural.

- $e^{\ln(x)} = x$ para todo $x > 0$ (pois $x \mapsto e^x$ e $x \mapsto \ln(x)$ são funções inversas uma da outra). Em particular: $e^{\ln(\square)} = \square$ e $e^{\ln(x^x)} = x^x$, para todo $\square, x > 0$.

- $\ln(e^x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$

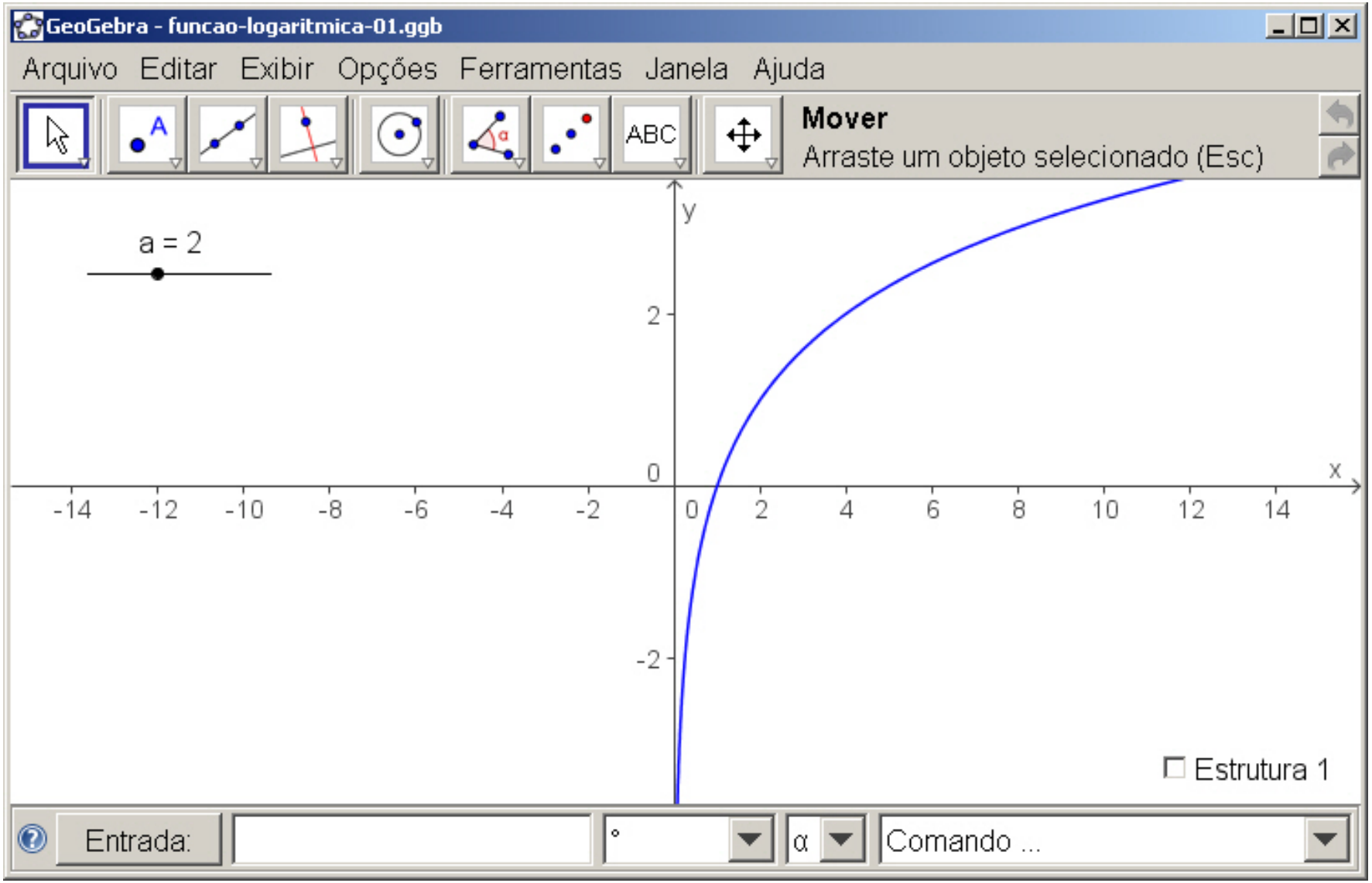
IMPORTANTE!

- $\ln(x)$ é uma notação para $\log_e(x)$, onde $e = 2.7182818284\ldots$! O logaritmo de base e é denominado logaritmo natural.

- $e^{\ln(x)} = x$ para todo $x > 0$ (pois $x \mapsto e^x$ e $x \mapsto \ln(x)$ são funções inversas uma da outra). Em particular: $e^{\ln(\square)} = \square$ e $e^{\ln(x^x)} = x^x$, para todo $\square, x > 0$.

- $\ln(e^x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$ (pois $x \mapsto e^x$ e $x \mapsto \ln(x)$ são funções inversas uma da outra).

A função logarítmica



Revisão: função par e função ímpar

Função par

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

Função par

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função par:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 1 - x^4 \end{array}.$$

Função par

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função par:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 1 - x^4 \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = f(x).$$

Função par

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é par se $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função par:

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 1 - x^4 \end{array}.$$

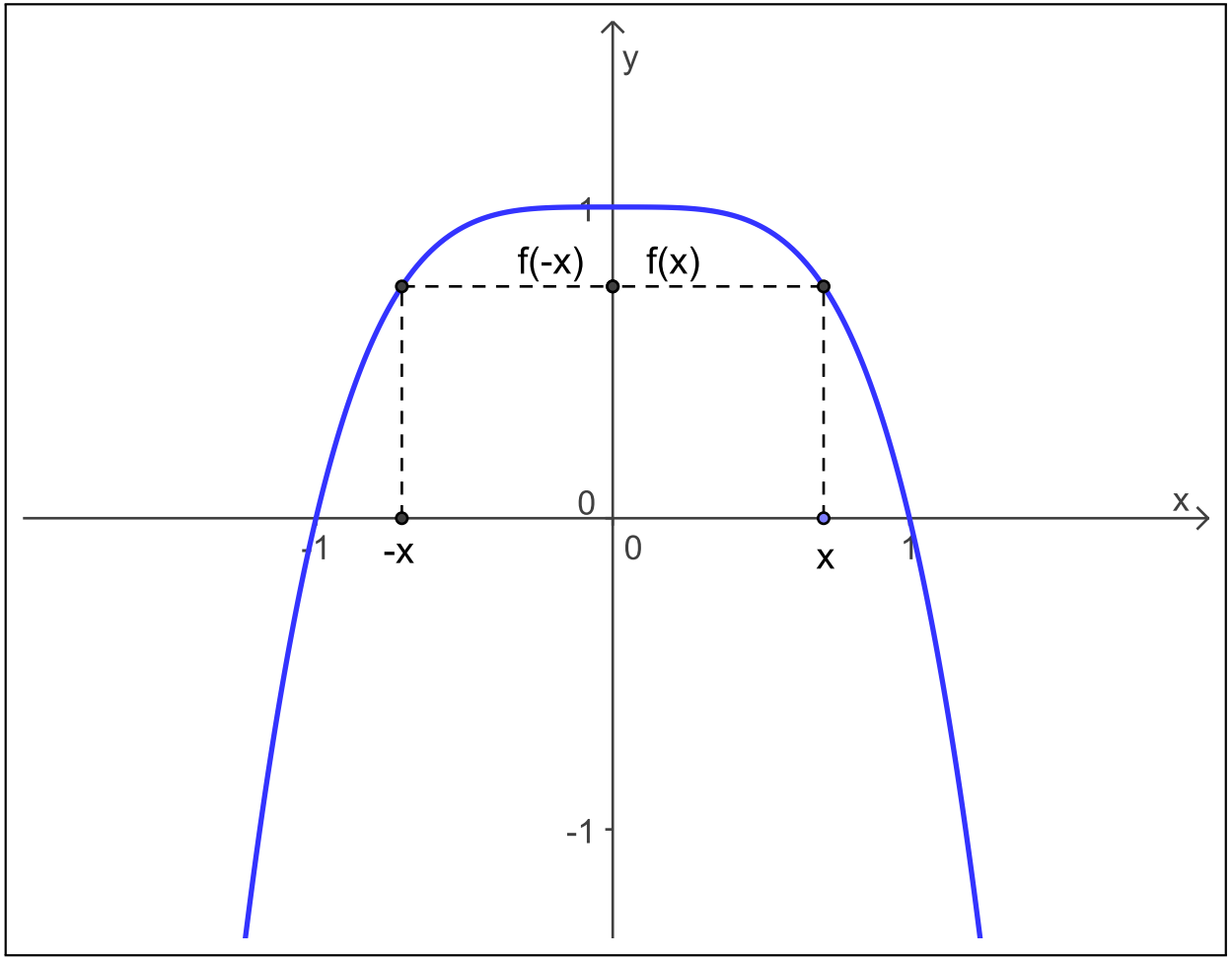
De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = f(x).$$

Note que a definição de função par pressupõe que o domínio D seja simétrico com relação a origem 0: se x pertence a D, então $-x$ também deve pertencer a D.

Função par

O gráfico de uma função par é simétrico com relação ao eixo y!



Função ímpar

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$.

Função ímpar

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função ímpar:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^5 + x \end{array}.$$

Função ímpar

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função ímpar:

$$\begin{array}{rccl} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^5 + x \end{array}.$$

De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x) = -x^5 - x = -(x^5 + x) = -f(x).$$

Função ímpar

Definição

Uma função real $f\colon D \to C$ é ímpar se $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$.

Exemplo de função ímpar:

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = x^5 + x \end{array}.$$

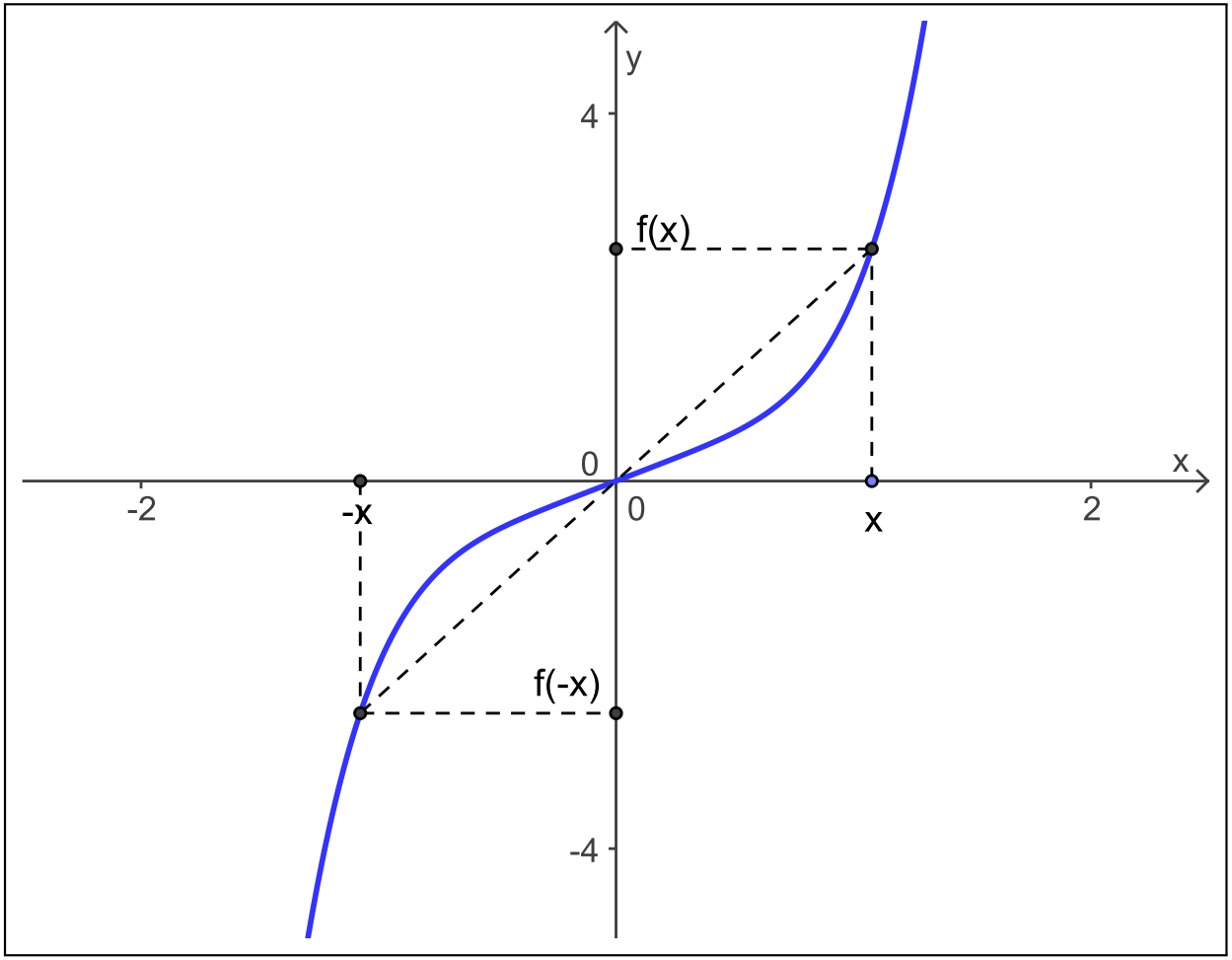
De fato: para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x) = -x^5 - x = -(x^5 + x) = -f(x).$$

Note que a definição de função ímpar pressupõe que o domínio D seja simétrico com relação a origem 0: se x pertence a D, então $-x$ também deve pertencer a D.

Função ímpar

O gráfico de uma função ímpar é simétrico com relação à origem!



Observações

Existem funções que não são pares e nem ímpares:

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2 - x^3 \end{array}.$$

Observações

Existem funções que não são pares e nem ímpares:

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) = 2 - x^3 \end{array}.$$

De fato:

$$f(-1) = 3 \neq 1 = f(1) \qquad \text{e} \qquad f(-1) = 3 \neq -1 = -f(1).$$

Observações

Existe um função que seja par e ímpar ao mesmo tempo?

Observações

Existe um função que seja par e ímpar ao mesmo tempo?

Sim! A função identicamente nula definida em $\mathbb{R}$!

Observações

Existe um função que seja par e ímpar ao mesmo tempo?

Sim! A função identicamente nula definida em $\mathbb{R}$!

Toda função definida em $\mathbb{R}$ se escreve como soma de uma função par e uma função ímpar:

$$f(x) = \underbrace{\frac{f(x)+f(-x)}{2}}_{\text{par}} + \underbrace{\frac{f(x)-f(-x)}{2}}_{\text{ímpar}}.$$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução.

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) =$$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3}$$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3} = -\frac{x^2 - 3}{x^3}$$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3} = -\frac{x^2 - 3}{x^3} = -f(x), \qquad \text{para todo } x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3} = -\frac{x^2 - 3}{x^3} = -f(x), \qquad \text{para todo } x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

A função não é par

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3} = -\frac{x^2 - 3}{x^3} = -f(x), \qquad \text{para todo } x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

A função não é par, pois $f(-1) =$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3} = -\frac{x^2 - 3}{x^3} = -f(x), \qquad \text{para todo } x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

A função não é par, pois $f(-1) = 2$

Exercício

A função $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^3}$ definida em $\mathbb{R} - \{0\}$ é par? Ela é ímpar?

Justifique sua resposta!

Solução. A função f é ímpar, pois

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 3}{(-x)^3} = -\frac{x^2 - 3}{x^3} = -f(x), \qquad \text{para todo } x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

A função não é par, pois $f(-1) = 2 \neq -2 = f(1)$.

Revisão: funções da forma x elevado a n, com $n \in \mathbb{N}$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:
$x^n \cdot x^m =$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:
$x^n \cdot x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{m \text{ fatores}}$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:
$$x^n \cdot x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{m \text{ fatores}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n+m \text{ fatores}}$$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:
$x^n \cdot x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{m \text{ fatores}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n+m \text{ fatores}} = x^{n+m}$.

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:
$$x^n \cdot x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{m \text{ fatores}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n+m \text{ fatores}} = x^{n+m}.$$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.
Prova:

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = x^n \end{array}$$

Importante: se $n \in \mathbb{N}$, x^n é uma notação para $\underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}}$.

Propriedades:

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
Prova:
$$x^n \cdot x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ fatores}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{m \text{ fatores}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n+m \text{ fatores}} = x^{n+m}.$$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n, m \in \mathbb{N}, (x^n)^m = x^{n \cdot m}$.
Prova: exercício!

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $\quad x^{n+1} \quad x^n$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n \quad x^{n+1}$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

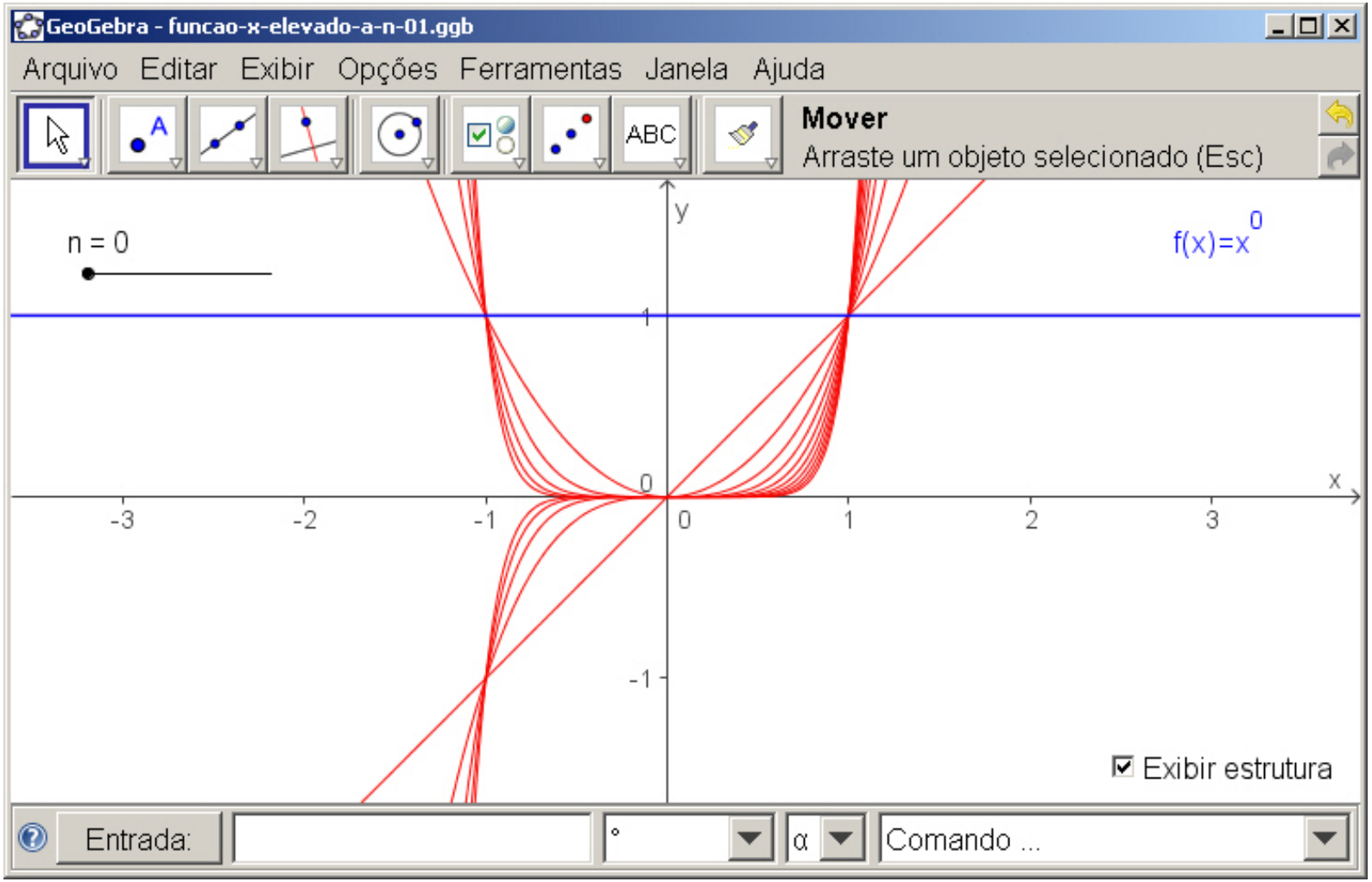
$$y = f(x) = x^n \text{ com } n \in \mathbb{N}$$

(1) f é uma função par se n é um número par e f é uma função ímpar se n é um número ímpar.

(2) Se $0 < x < 1$, então $0 < x^{n+1} < x^n$ (basta multiplicar $0 < x < 1$ por $x^n > 0$).

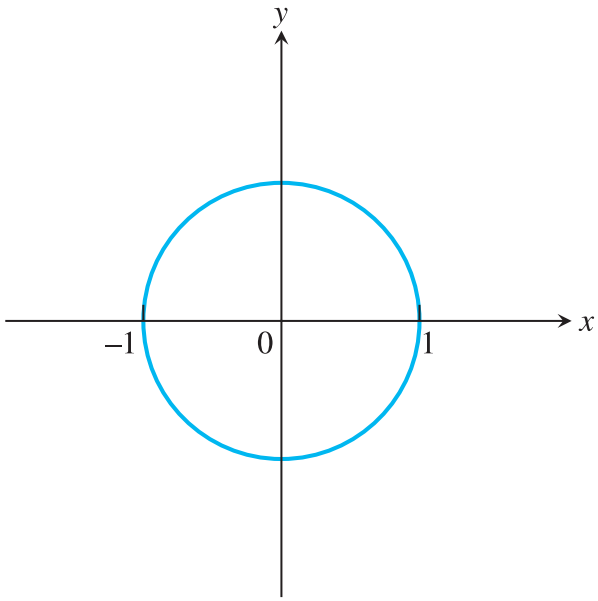
(3) Se $1 < x$, então $x^n < x^{n+1}$ (basta multiplicar $1 < x$ por $x^n > 0$).

Funções da forma $f(x) = x^n$, com $n \in \mathbb{N}$

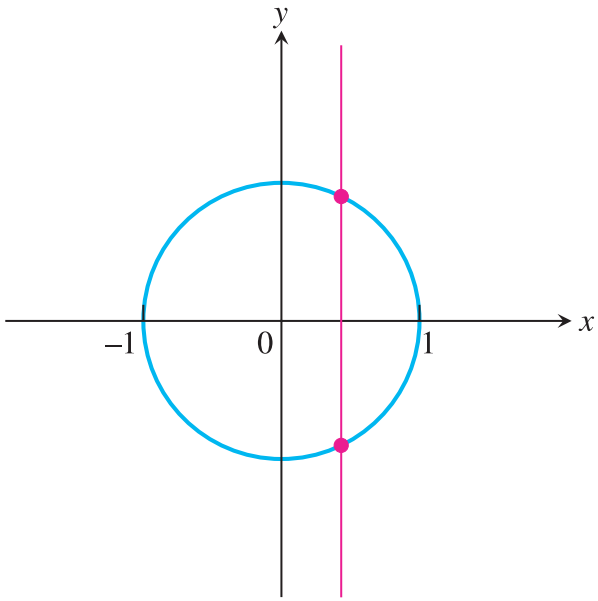


Revisão: círculos e semicírculos

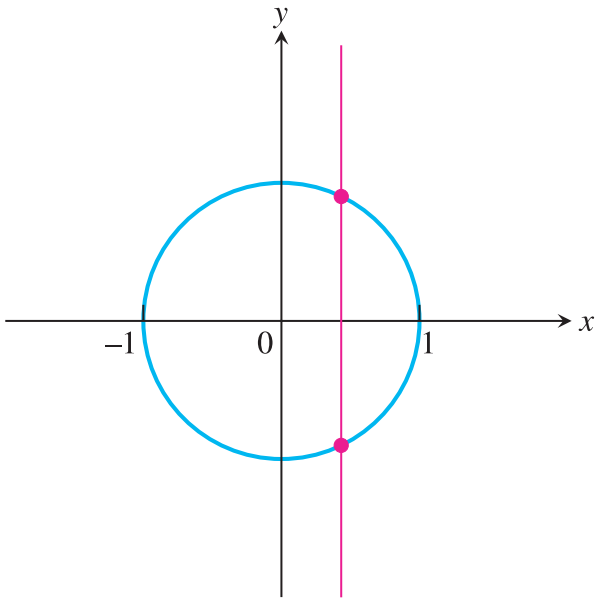
Círculos e semicírculos

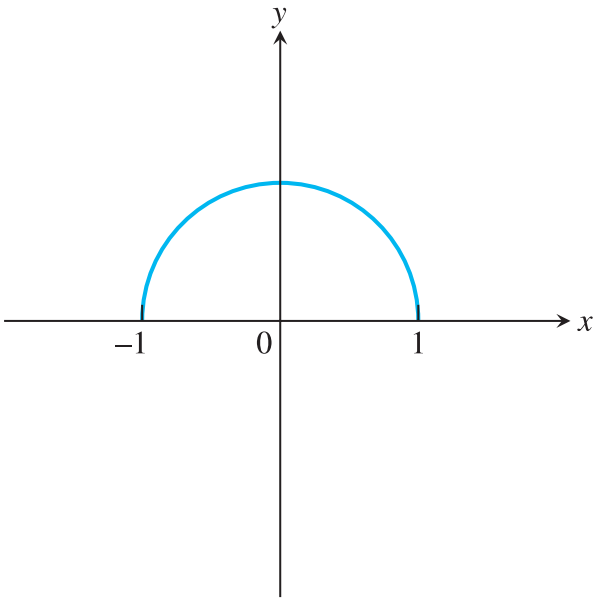


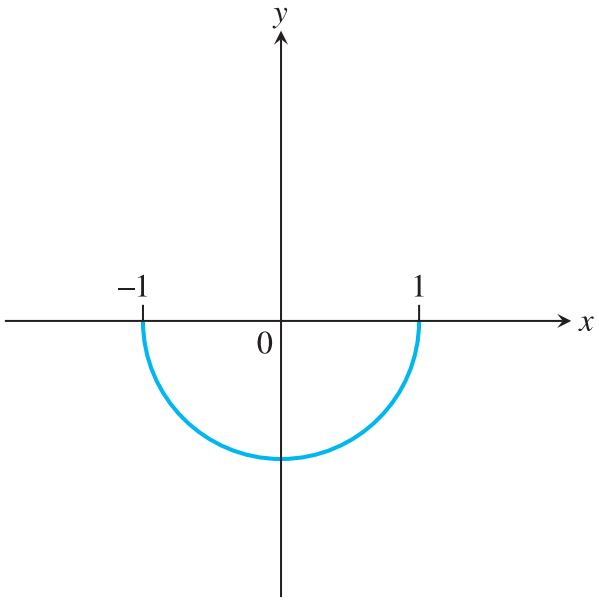
Círculos e semicírculos



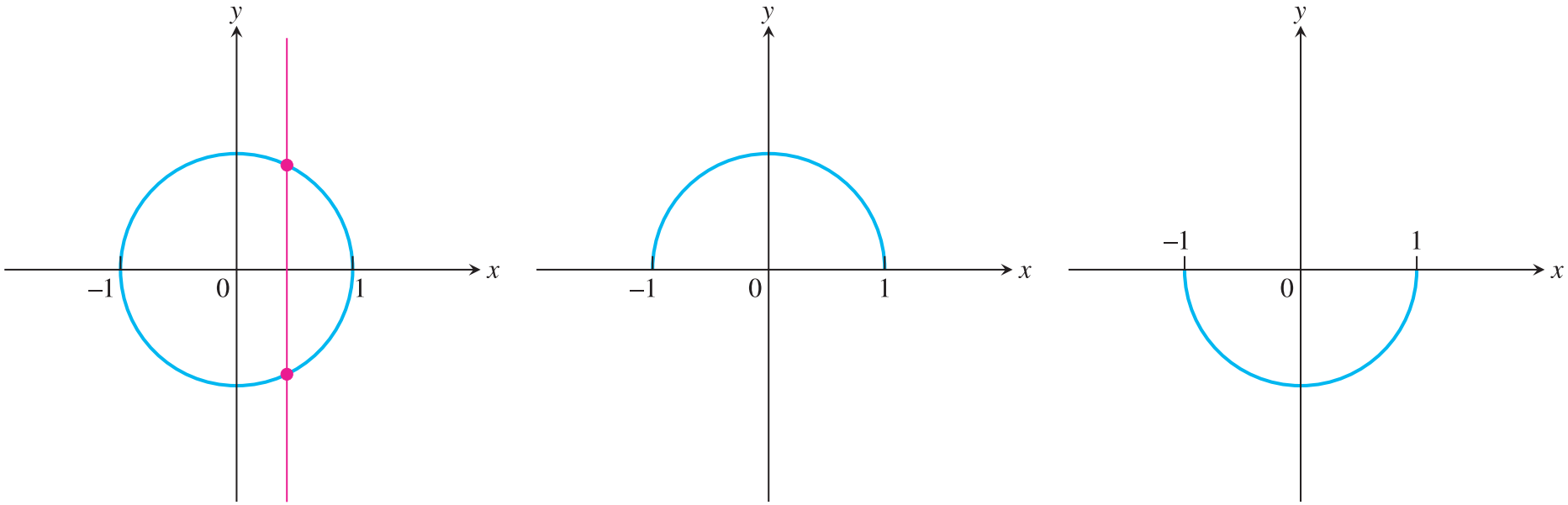
Círculos e semicírculos





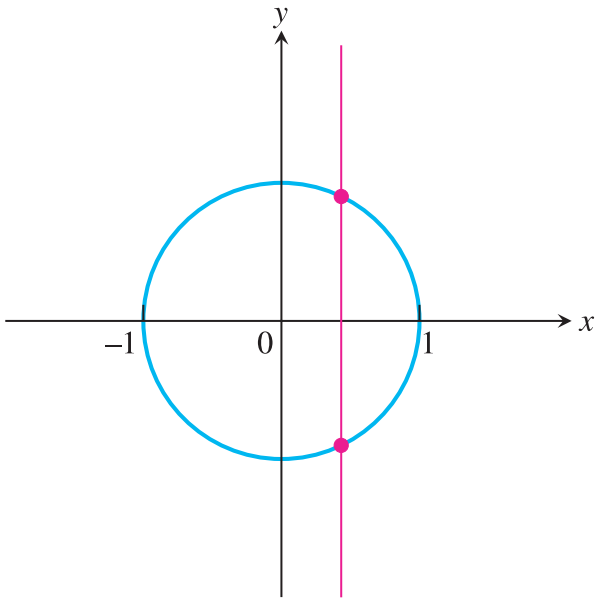


Círculos e semicírculos

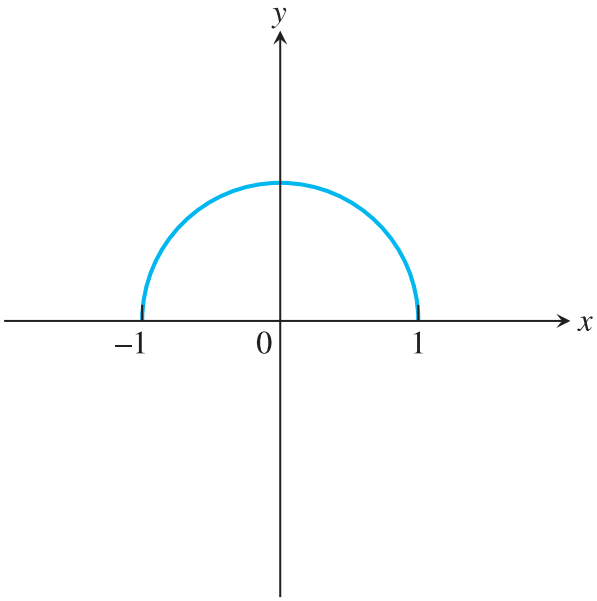


(a) $x^2 + y^2 = 1$

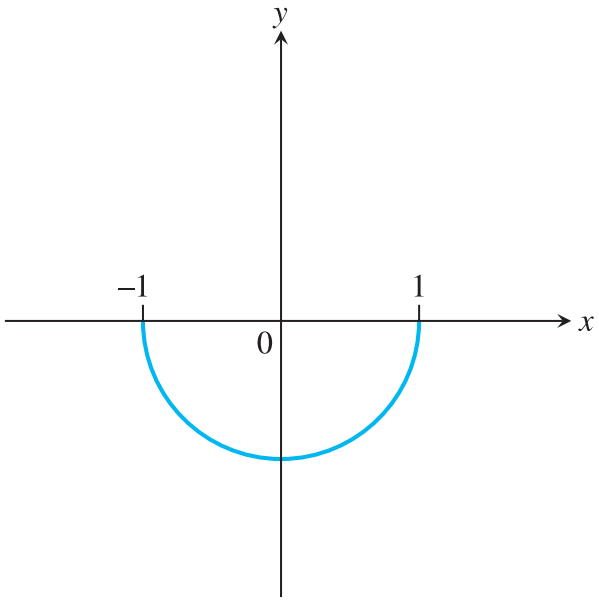
Círculos e semicírculos



(a) $x^2 + y^2 = 1$

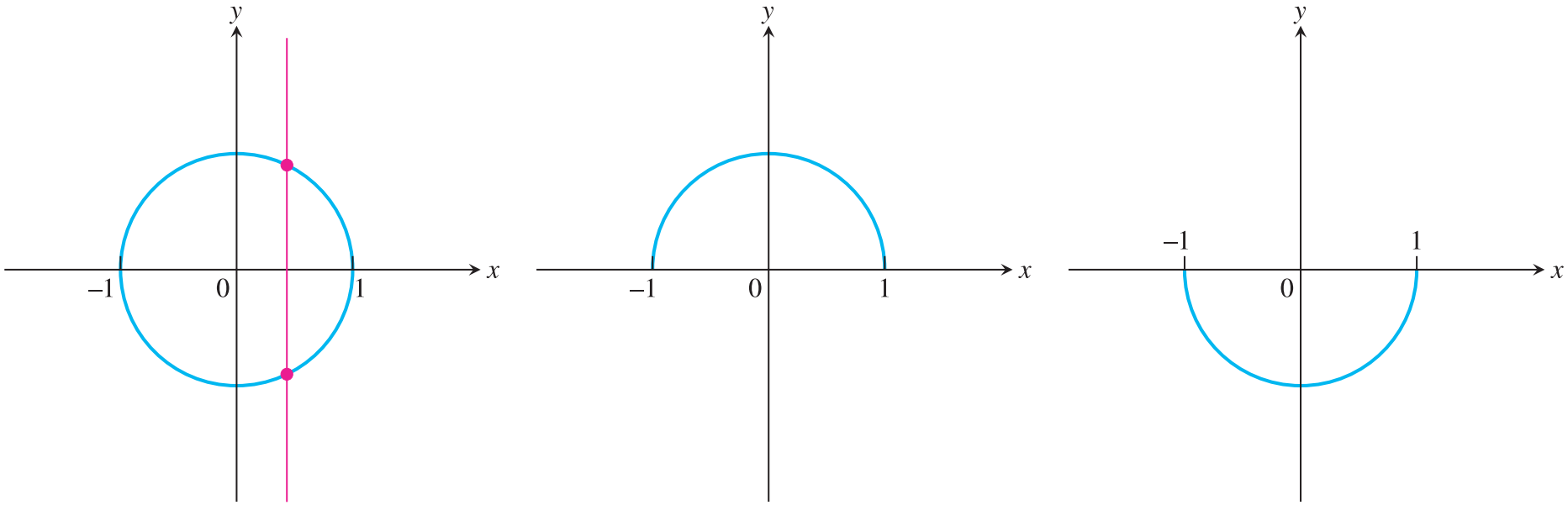


(b) $y = \sqrt{1 - x^2}$



(c) $y = -\sqrt{1 - x^2}$

Círculos e semicírculos



(a) $x^2 + y^2 = 1$ (b) $y = \sqrt{1 - x^2}$ (c) $y = -\sqrt{1 - x^2}$

Moral: o gráfico de $y = f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ é o semicírculo superior de centro na origem e raio $|a|$.

Novas funções a partir de antigas: transformações de funções

Objetivo:

Objetivo:

dado o gráfico de uma função $y = f(x)$ e uma constante c

Objetivo:

dado o gráfico de uma função $y = f(x)$ e uma constante c, obter os gráficos das funções

$$y = f(x + c), \quad y = f(x) + c, \quad y = c \cdot f(x), \quad y = f(c \cdot x),$$
$$y = f(|x|) \quad \text{e} \quad y = |f(x)|.$$

Caso $g(x) = f(x + c)$

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$x \in$ domínio de g

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$x \in$ domínio de $g \quad \Leftrightarrow \quad x + c \in$ domínio de f

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x + c \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq x + c \leq 3$$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad x + c \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq x + c \leq 3 \\ &\Leftrightarrow \quad 1 - c \leq x \leq 3 - c \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad x + c \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq x + c \leq 3 \\ &\Leftrightarrow \quad 1 - c \leq x \leq 3 - c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1 - c, 3 - c] \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad x + c \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq x + c \leq 3 \\ &\Leftrightarrow \quad 1 - c \leq x \leq 3 - c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1 - c, 3 - c] \\ &\Leftrightarrow \quad x \in [-4, -2]. \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad x + c \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq x + c \leq 3 \\ &\Leftrightarrow \quad 1 - c \leq x \leq 3 - c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1 - c, 3 - c] \\ &\Leftrightarrow \quad x \in [-4, -2]. \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1 - c, 3 - c]$$

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$

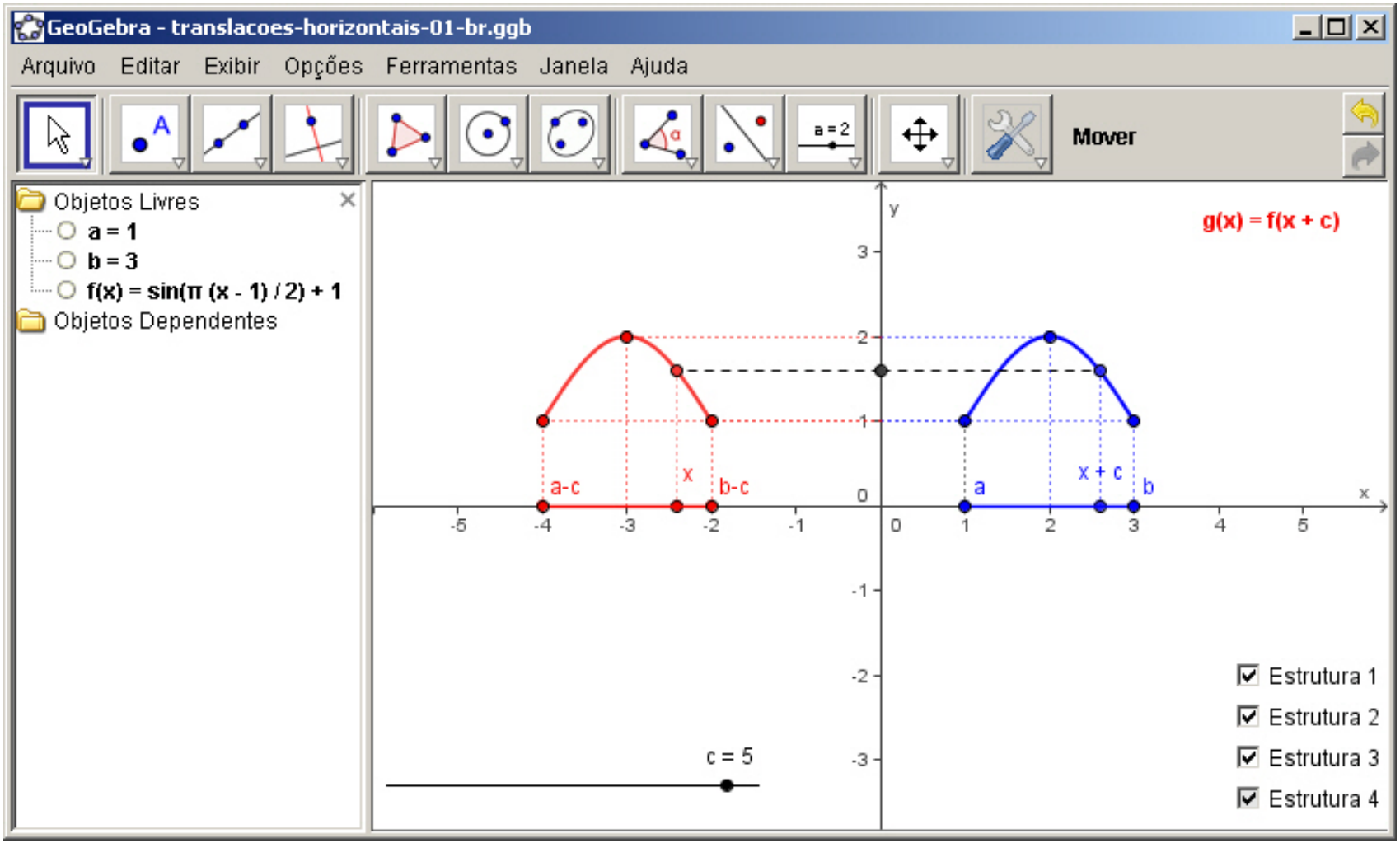
Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 5$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x + 5)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad x + c \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq x + c \leq 3 \\ &\Leftrightarrow \quad 1 - c \leq x \leq 3 - c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1 - c, 3 - c] \\ &\Leftrightarrow \quad x \in [-4, -2]. \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = -3$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x + c) = f(x - 3)$?

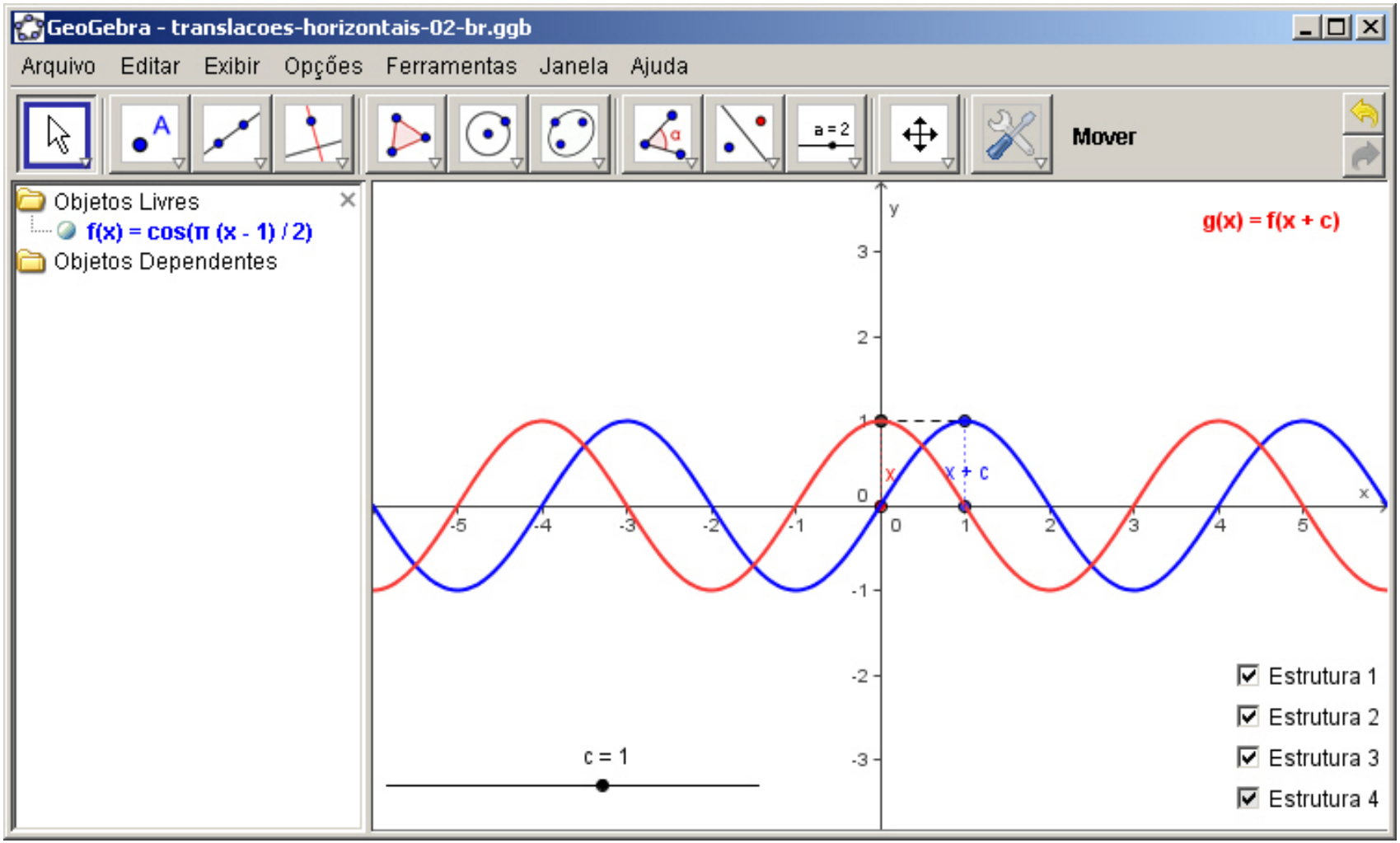
$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1 - c, 3 - c] \quad \Leftrightarrow \quad x \in [4, 6].$$

Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$



(Ir para o GeoGebra)

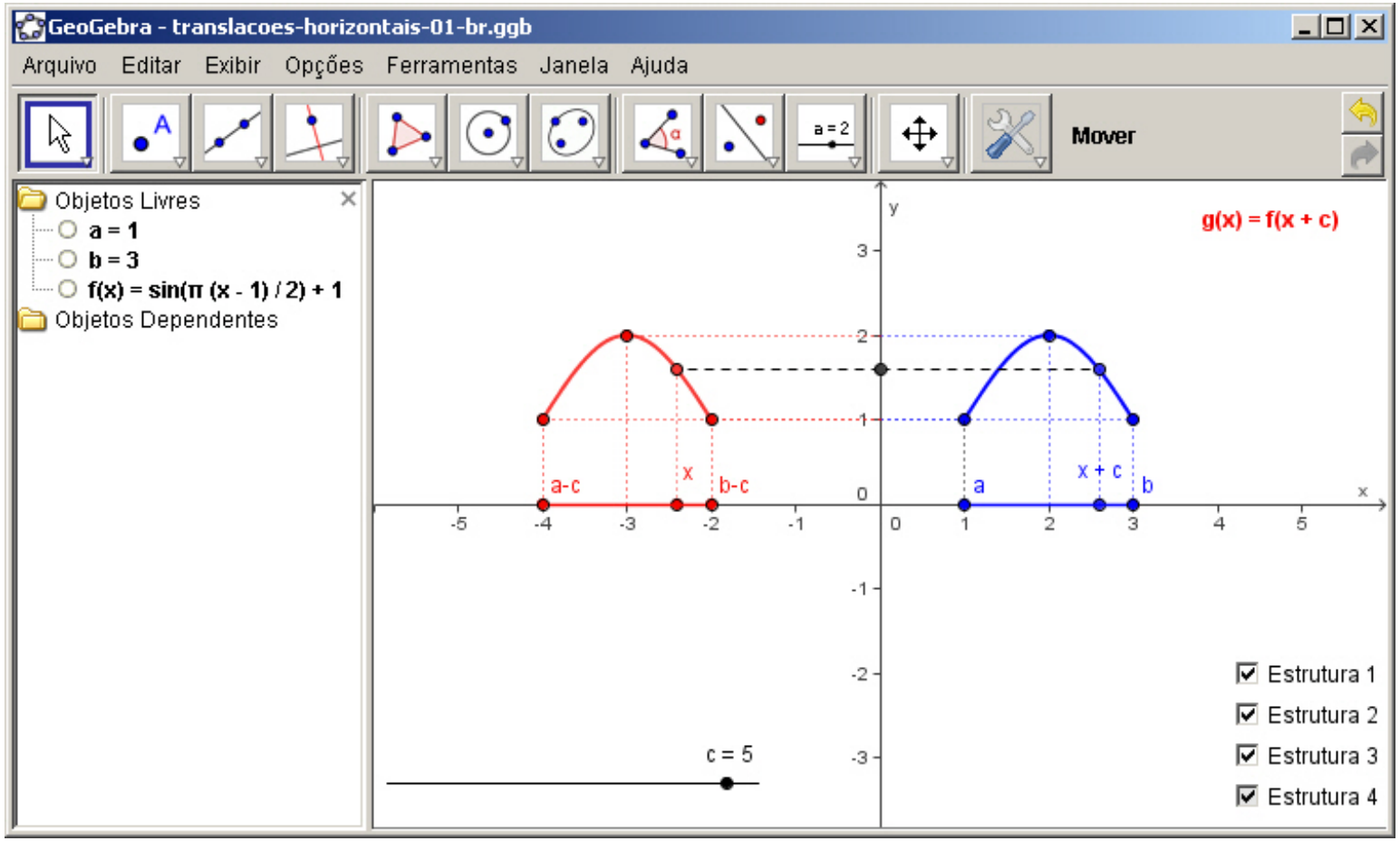
Transformações de funções: $g(x) = f(x + c)$



(Ir para o GeoGebra)

Moral

Somar uma constante c a variável independente x de uma função f tem o efeito geométrico de transladar horizontalmente para a direita (quando $c < 0$) ou para a esquerda (quando $c > 0$) o gráfico de f.



Caso $g(x) = f(x) + c$

Transformações de funções: $g(x) = f(x) + c$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 1$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x) + 1$?

Transformações de funções: $g(x) = f(x) + c$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 1$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x) + 1$?

$x \in$ domínio de g

Transformações de funções: $g(x) = f(x) + c$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 1$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x) + 1$?

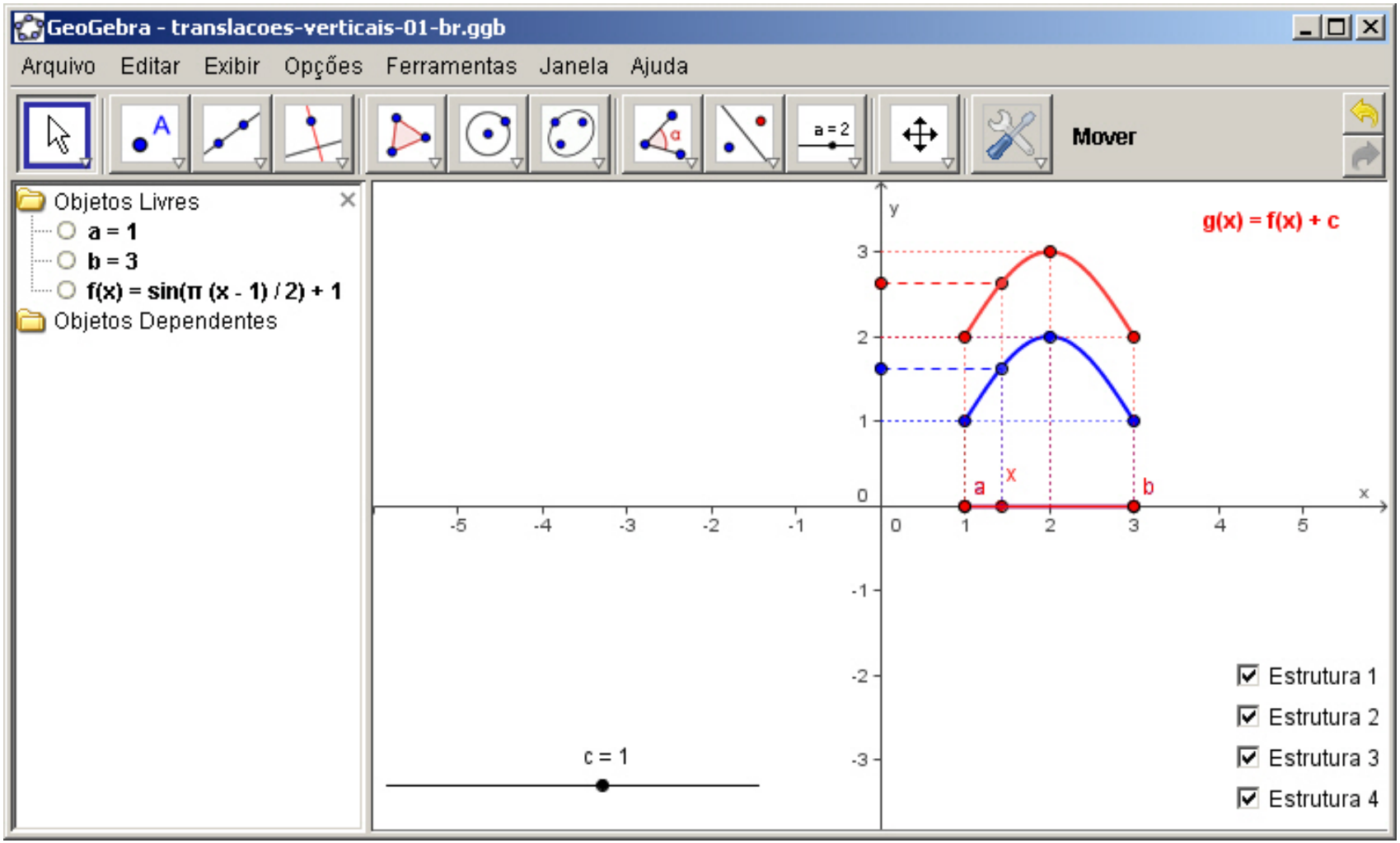
$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x \in \text{domínio de } f$$

Transformações de funções: $g(x) = f(x) + c$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 1$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(x) + 1$?

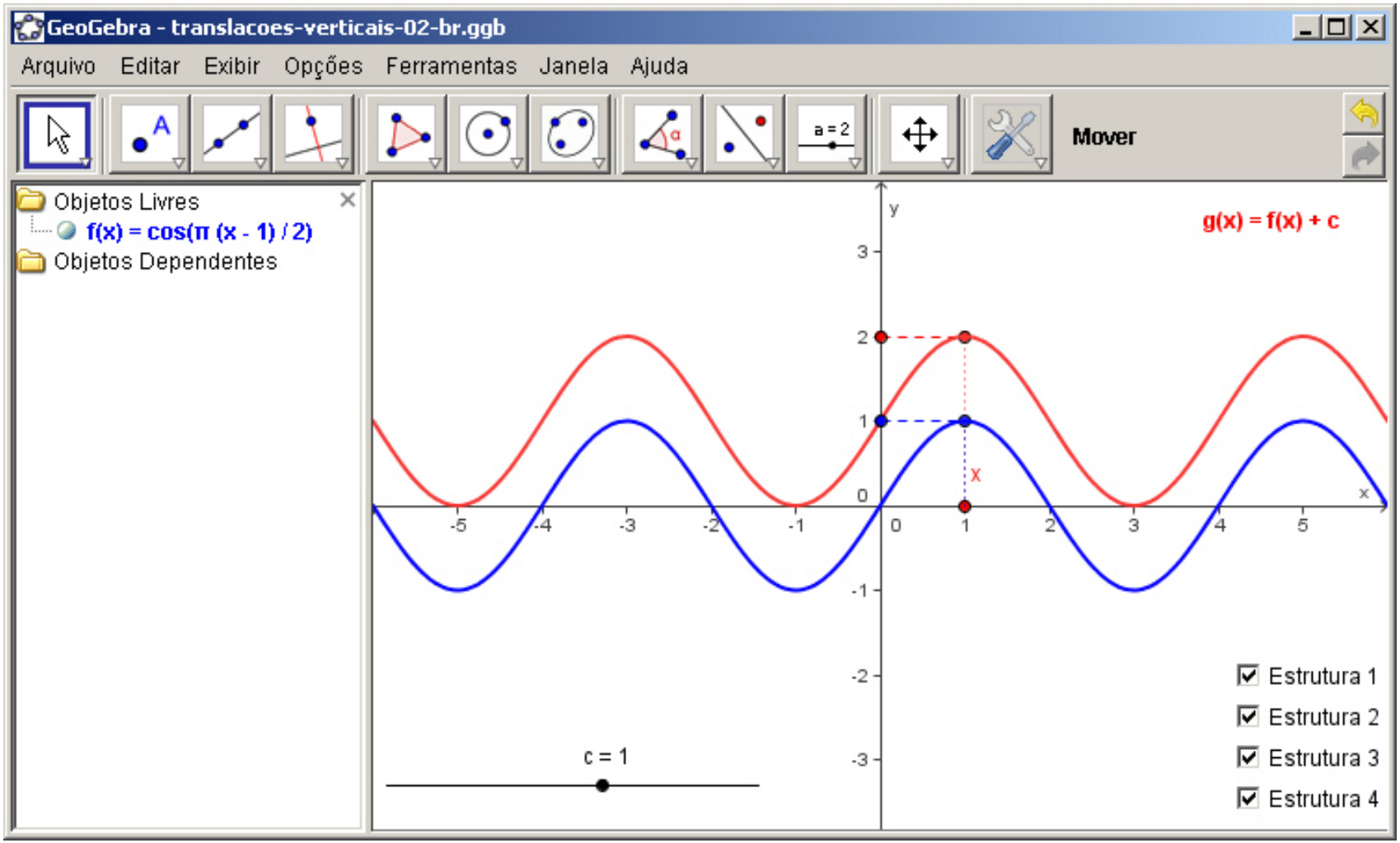
$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1, 3].$$

Transformações de funções: $g(x) = f(x) + c$



(Ir para o GeoGebra)

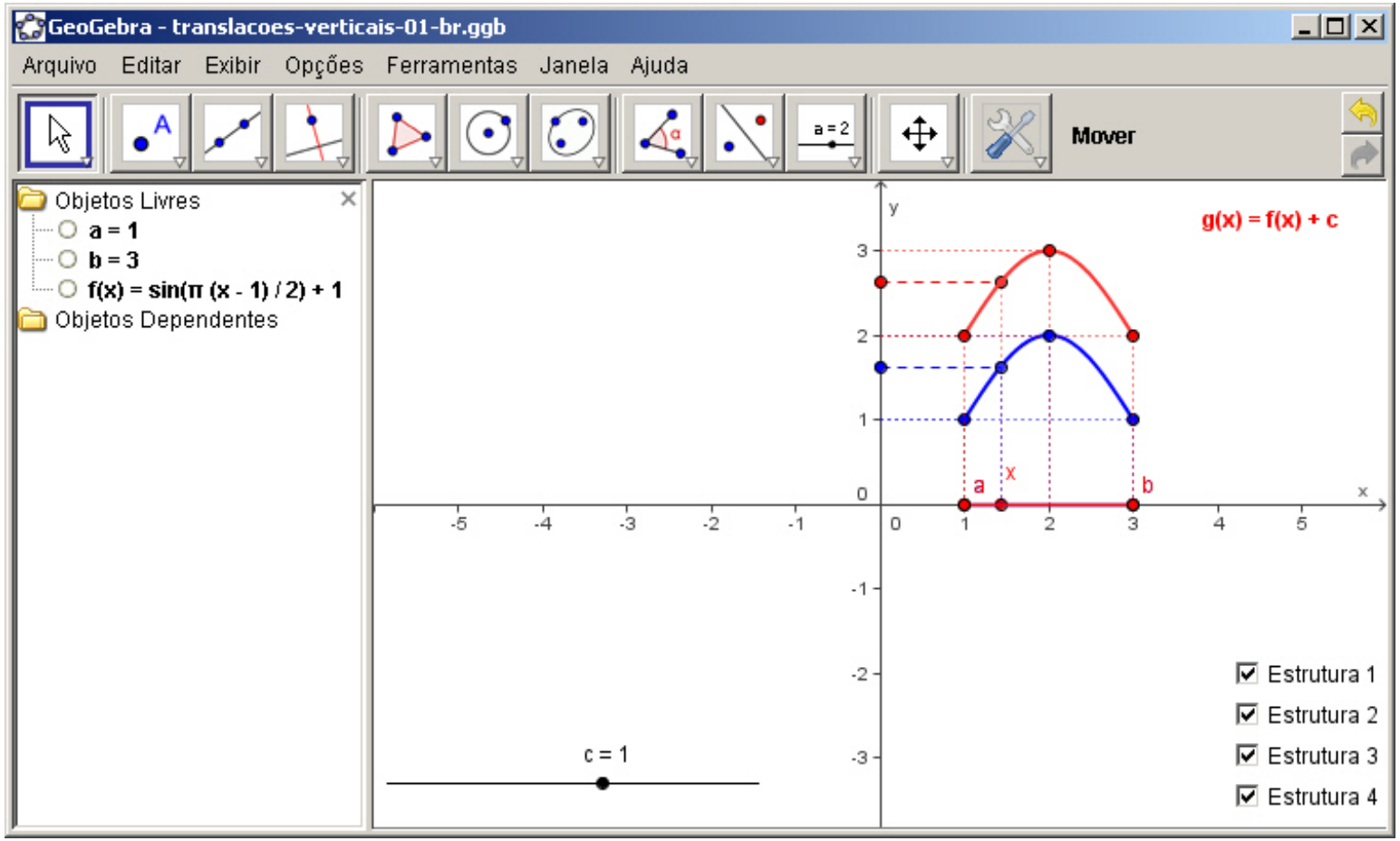
Transformações de funções: $g(x) = f(x) + c$



(Ir para o GeoGebra)

Moral

Somar uma constante c a uma função f tem o efeito geométrico de transladar verticalmente para cima (quando $c > 0$) ou verticalmente para baixo (quando $c < 0$) o gráfico de f.



Caso $g(x) = f(c \cdot x)$

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$x \in$ domínio de g

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$x \in$ domínio de $g \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot x \in$ domínio de f

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq c \cdot x \leq 4$$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq c \cdot x \leq 4$$
$$\overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad 2/c \leq x \leq 4/c$$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq c \cdot x \leq 4$$
$$\overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad 2/c \leq x \leq 4/c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [2/c, 4/c]$$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad c \cdot x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq c \cdot x \leq 4 \\ &\overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad 2/c \leq x \leq 4/c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [2/c, 4/c] \\ &\Leftrightarrow \quad x \in [5, 10]. \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad c \cdot x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq c \cdot x \leq 4 \\ &\overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad 2/c \leq x \leq 4/c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [2/c, 4/c] \\ &\Leftrightarrow \quad x \in [5, 10]. \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

$$x \in \text{domínio de } g \quad \overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad x \in [2/c, 4/c]$$

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$

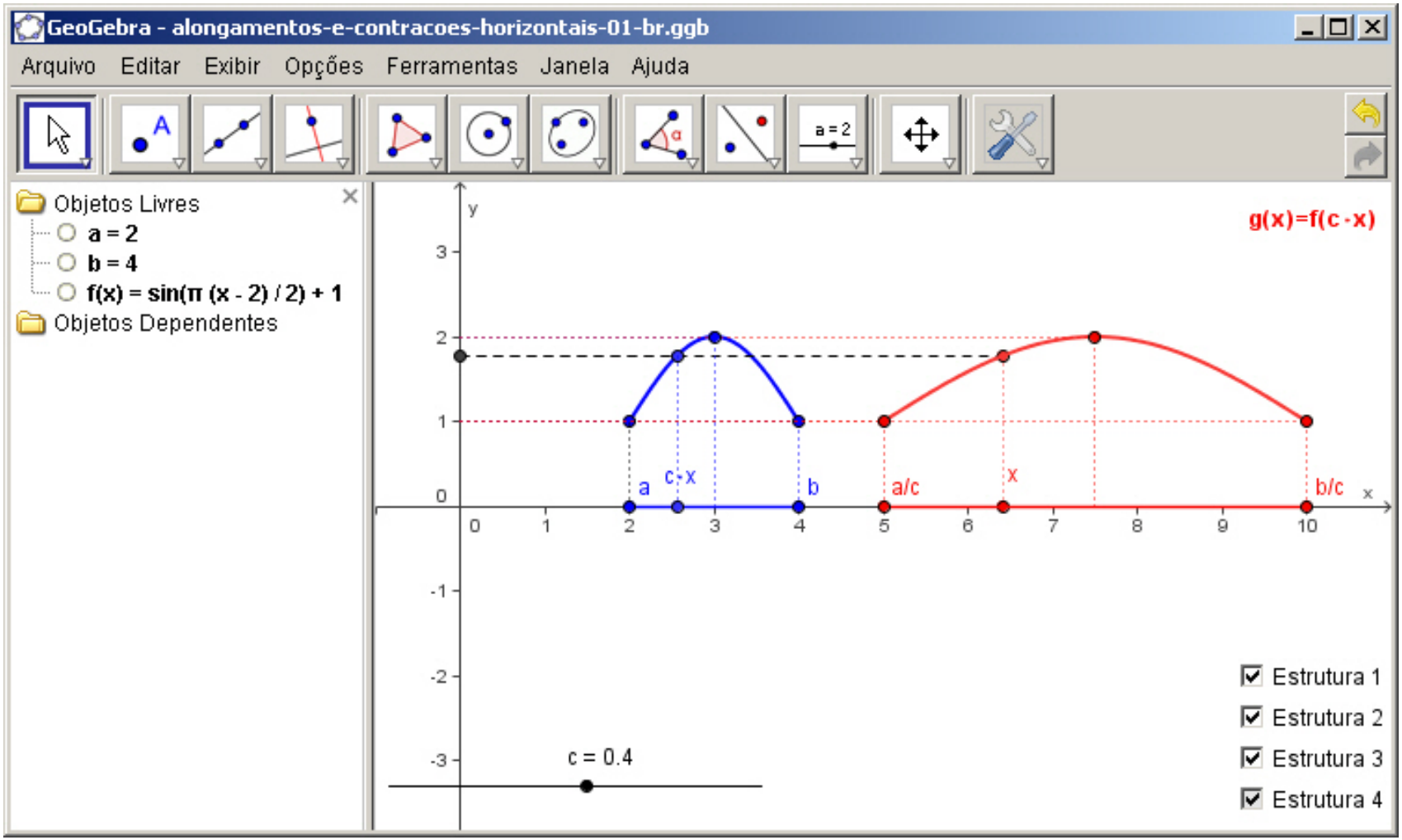
Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 0.4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(0.4 \cdot x)$?

$$\begin{aligned} x \in \text{domínio de } g \quad &\Leftrightarrow \quad c \cdot x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq c \cdot x \leq 4 \\ &\overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad 2/c \leq x \leq 4/c \quad \Leftrightarrow \quad x \in [2/c, 4/c] \\ &\Leftrightarrow \quad x \in [5, 10]. \end{aligned}$$

Se f está definida no intervalo $[2, 4]$ e $c = 4$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = f(c \cdot x) = f(4 \cdot x)$?

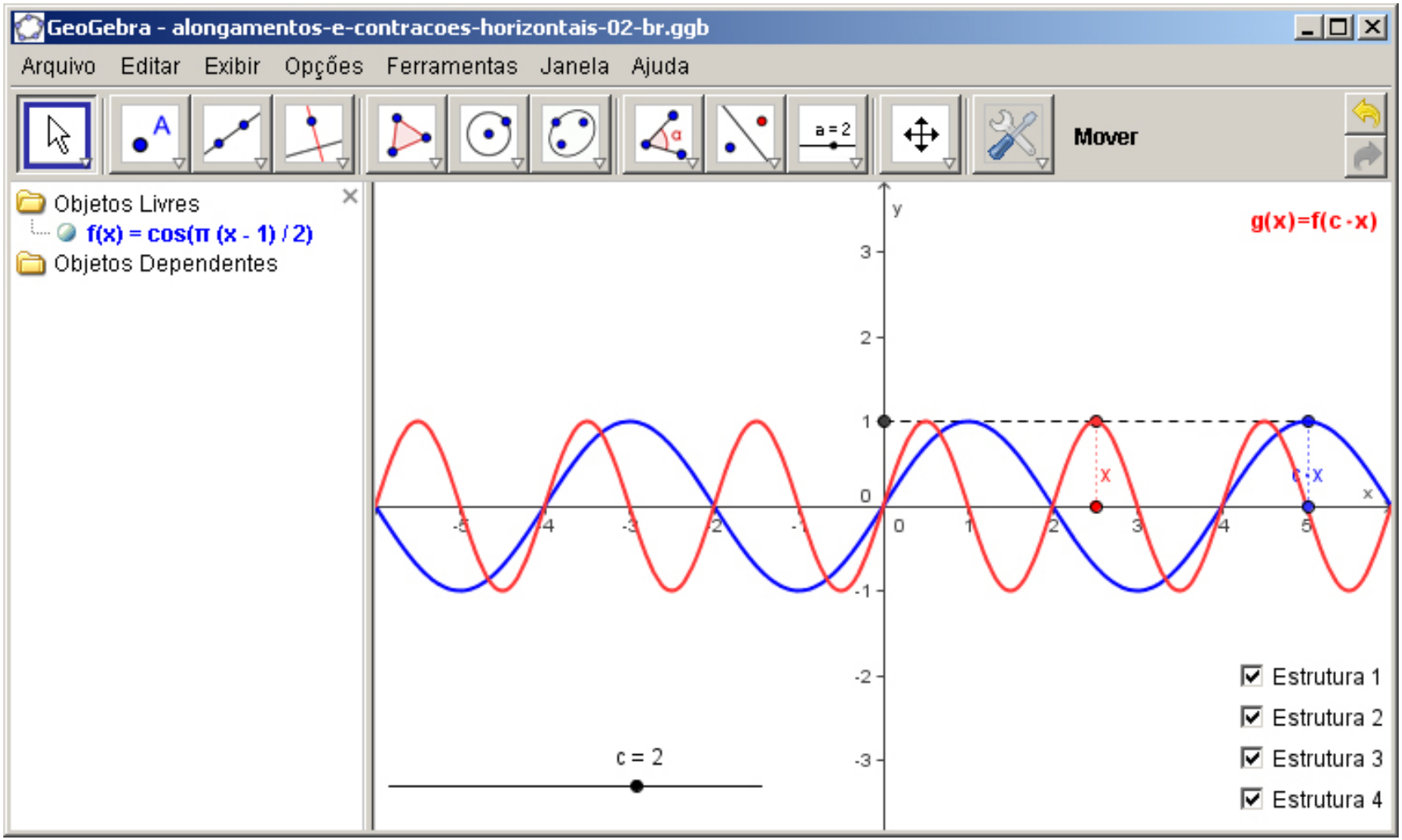
$$x \in \text{domínio de } g \quad \overset{(c>0)}{\Leftrightarrow} \quad x \in [2/c, 4/c] \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1/2, 1].$$

Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$



(Ir para o GeoGebra)

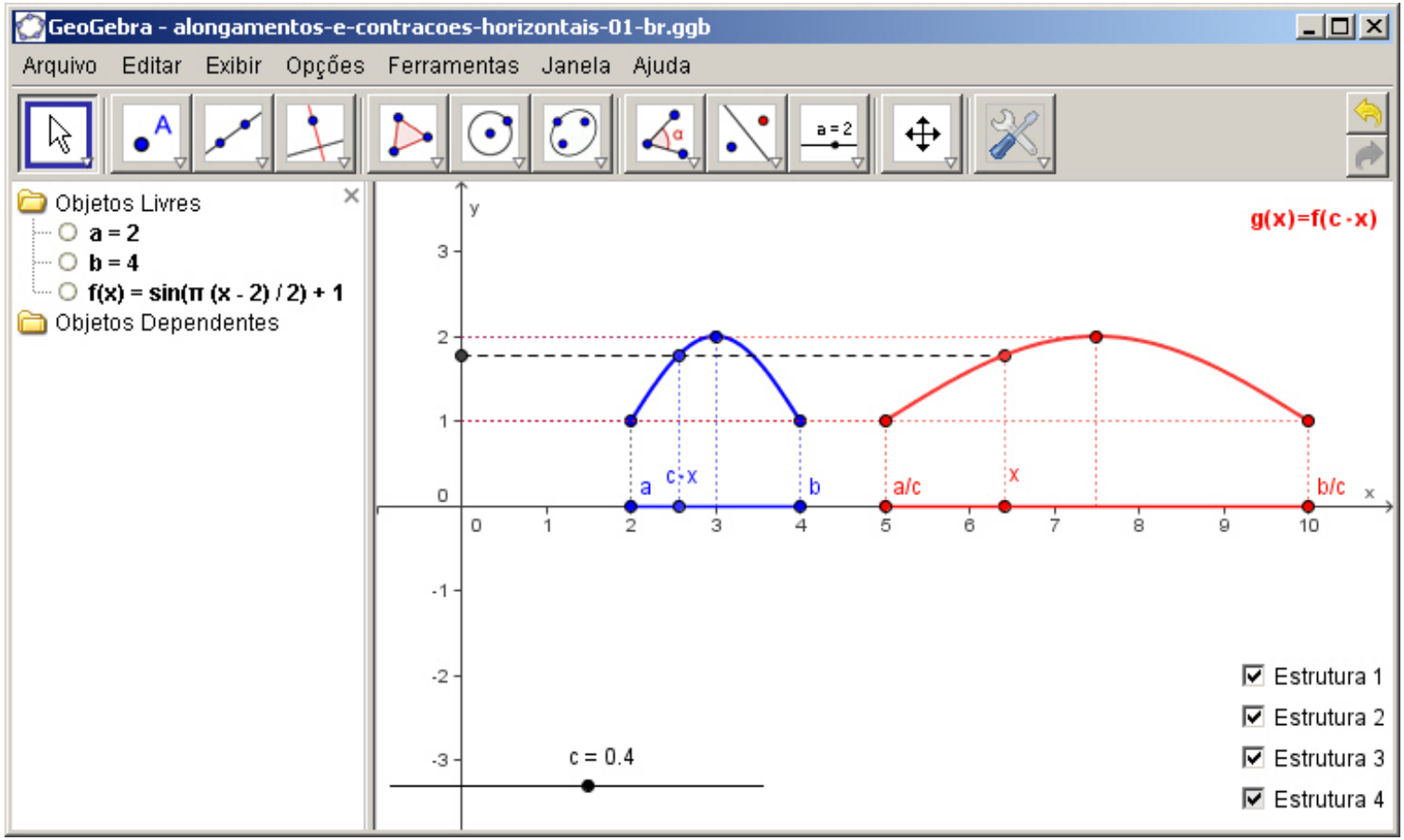
Transformações de funções: $g(x) = f(c \cdot x)$



(Ir para o GeoGebra)

Moral

Multiplicar a variável independente de uma função f por uma constante não-negativa c tem o efeito geométrico de alongar (para $0 < c < 1$) ou comprimir (para $c > 1$) horizontalmente o gráfico de f.



Caso $g(x) = c \cdot f(x)$

Transformações de funções: $g(x) = c \cdot f(x)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 2$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = 2 \cdot f(x)$?

Transformações de funções: $g(x) = c \cdot f(x)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 2$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = 2 \cdot f(x)$?

$x \in$ domínio de g

Transformações de funções: $g(x) = c \cdot f(x)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 2$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = 2 \cdot f(x)$?

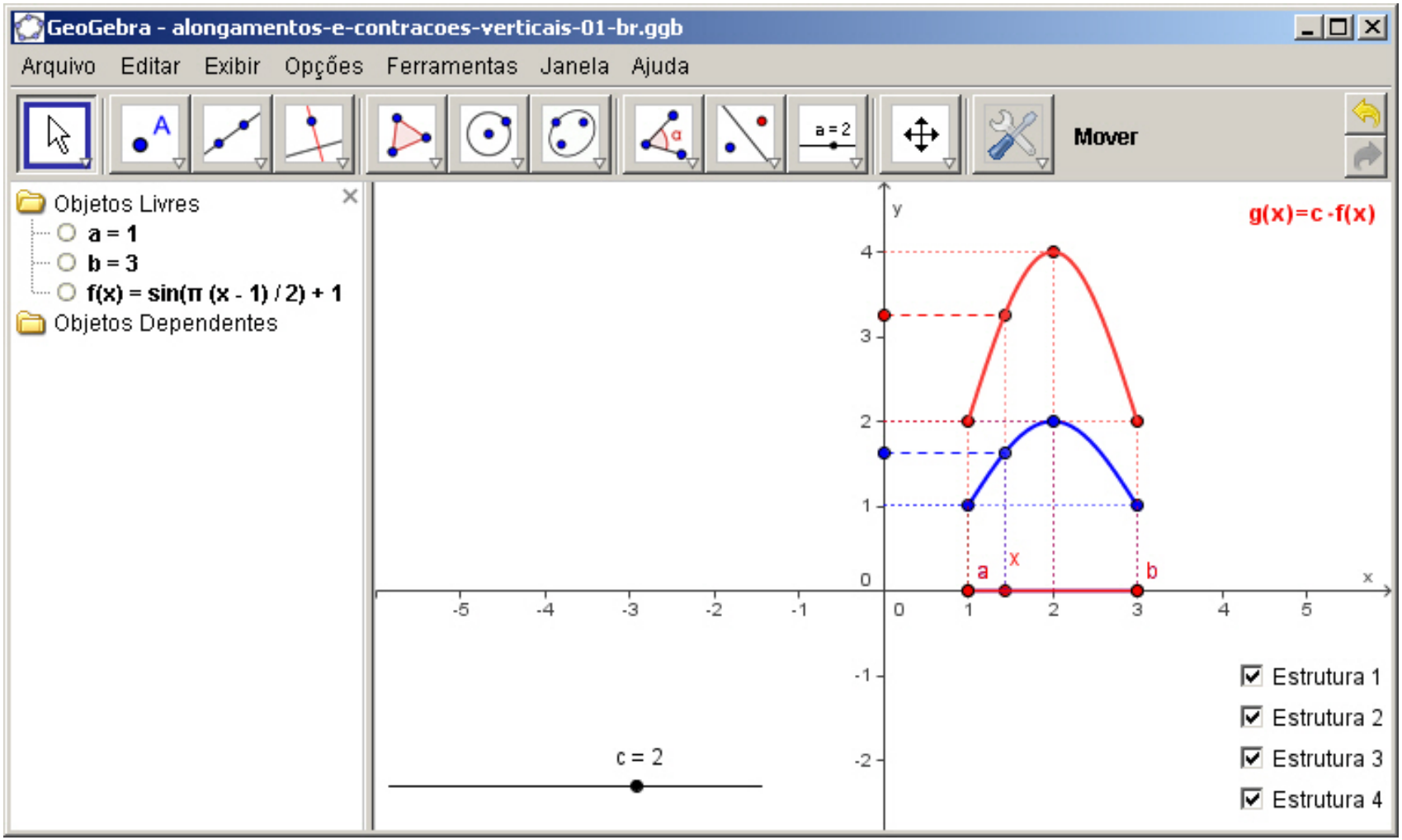
$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x \in \text{domínio de } f$$

Transformações de funções: $g(x) = c \cdot f(x)$

Se f está definida no intervalo $[1, 3]$ e $c = 2$, qual é o domínio natural (efetivo) de $y = g(x) = 2 \cdot f(x)$?

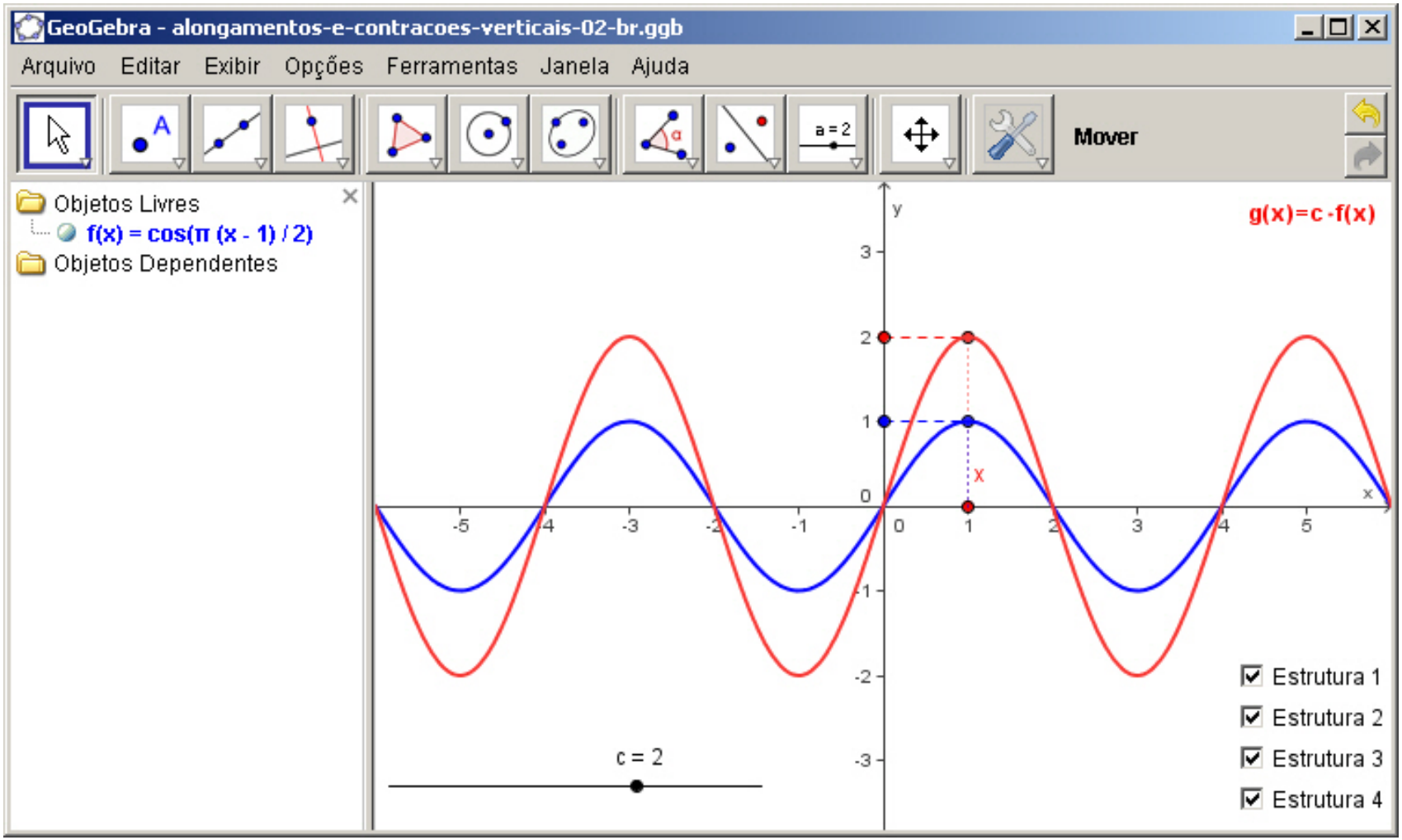
$$x \in \text{domínio de } g \quad \Leftrightarrow \quad x \in \text{domínio de } f \quad \Leftrightarrow \quad x \in [1, 3].$$

Transformações de funções: $g(x) = c \cdot f(x)$



(Ir para o GeoGebra)

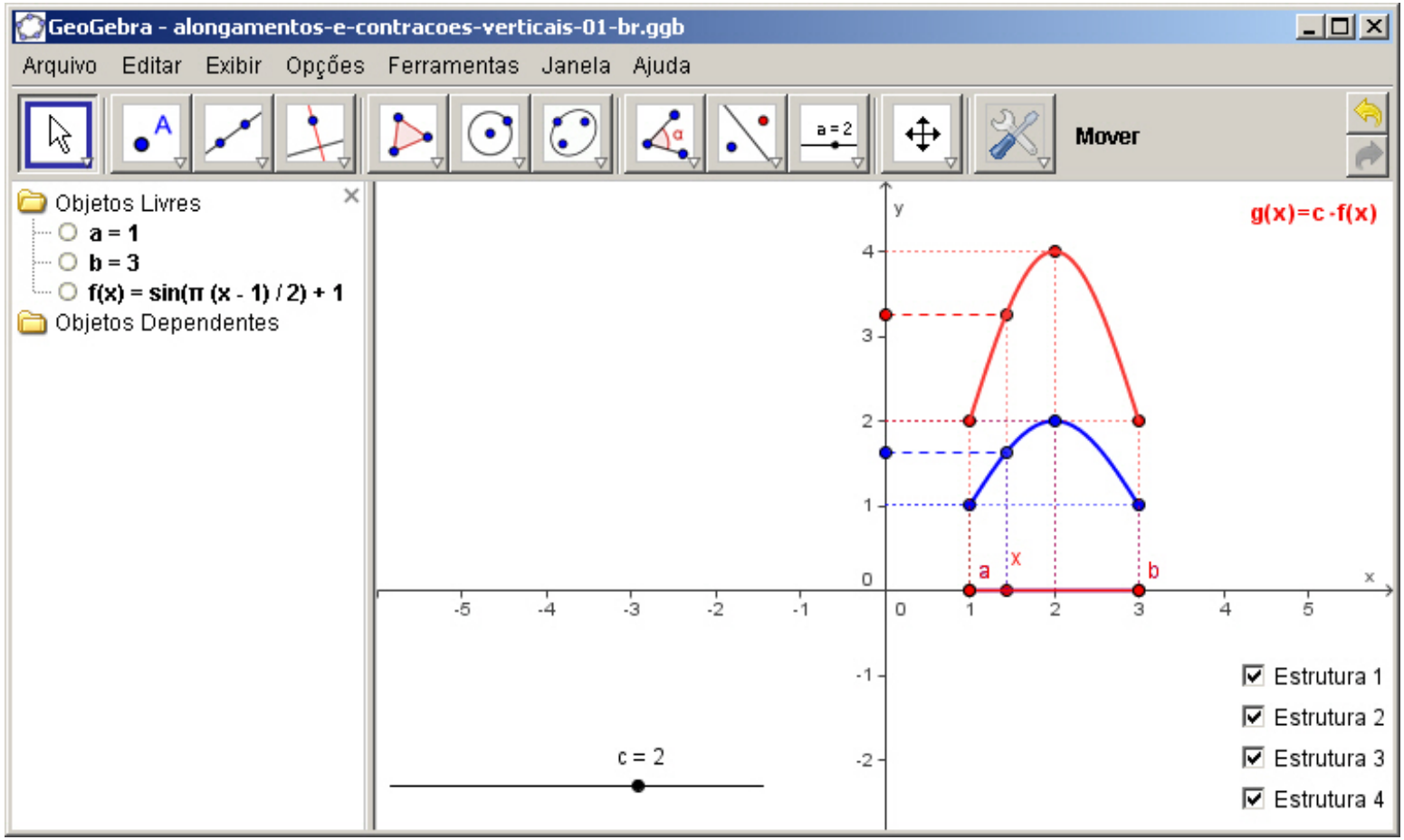
Transformações de funções: $g(x) = c \cdot f(x)$



(Ir para o GeoGebra)

Moral

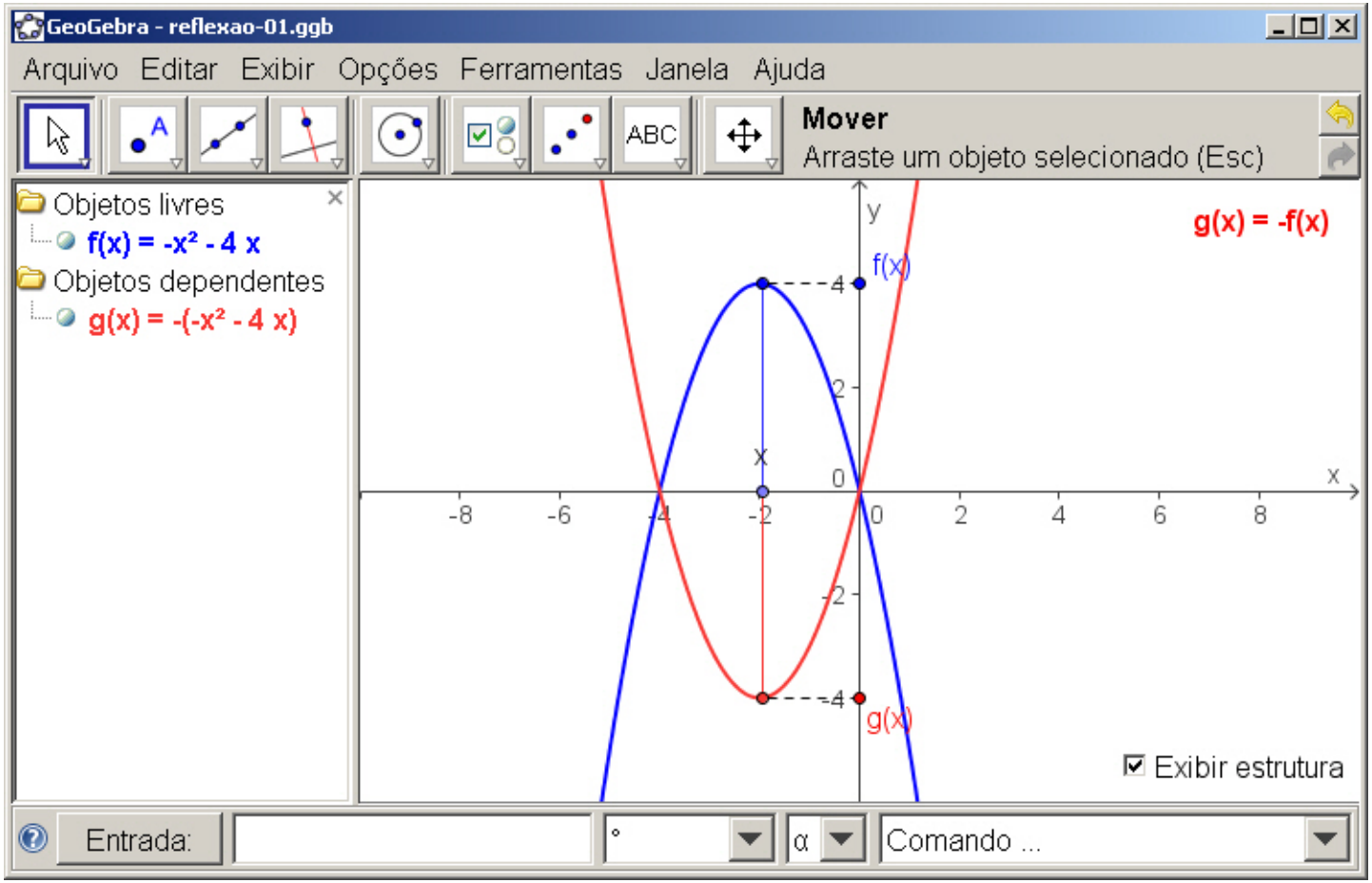
Multiplicar uma função f por uma constante não-negativa c tem o efeito geométrico de alongar (para $c > 1$) ou comprimir (para $0 < c < 1$) verticalmente o gráfico de f.



Caso $g(x) = -f(x)$

Transformações de funções: $g(x) = -f(x)$

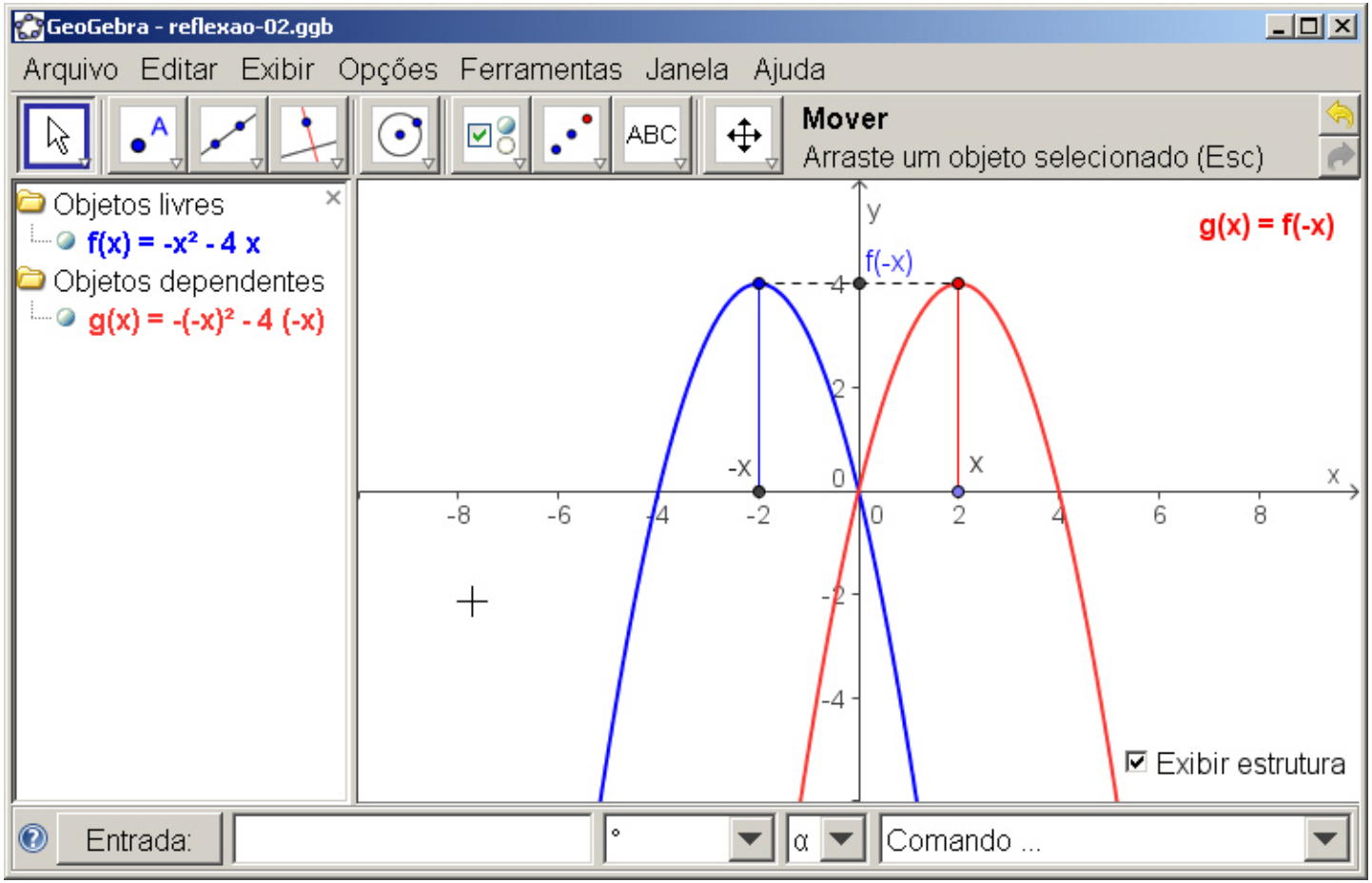
Multiplicar uma função f por -1 tem o efeito geométrico de refletir com relação ao eixo-x o gráfico de f.



Caso $g(x) = f(-x)$

Transformações de funções: $g(x) = f(-x)$

Multiplicar a variável independente x de uma função f por -1 tem o efeito geométrico de refletir com relação ao eixo-y o gráfico de f.



Caso $g(x) = |f(x)|$

Transformações de funções: $g(x) = |f(x)|$

$$g(x) = |f(x)| =$$

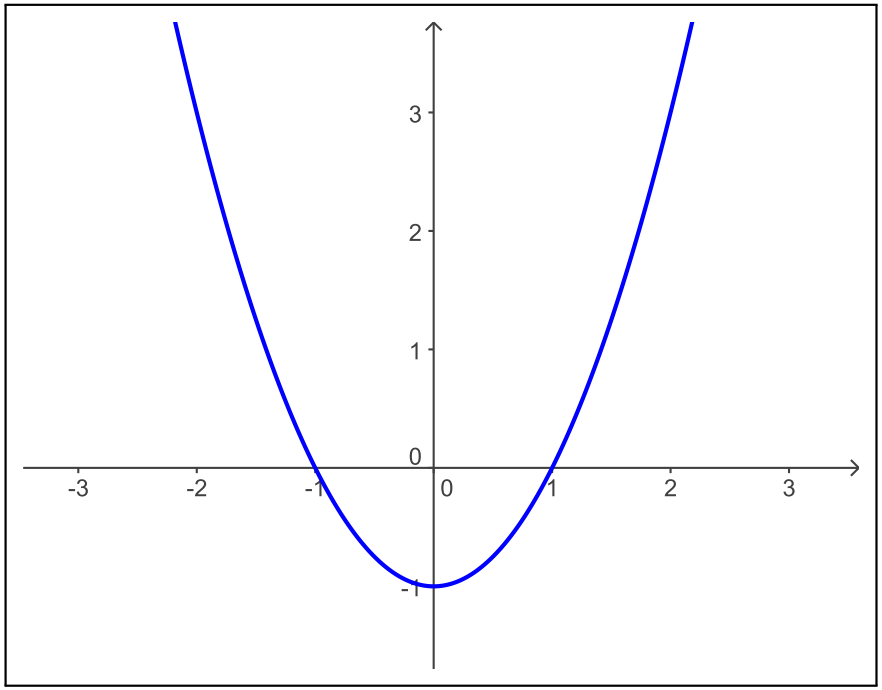
Transformações de funções: $g(x) = |f(x)|$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

Transformações de funções: $g(x) = |f(x)|$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

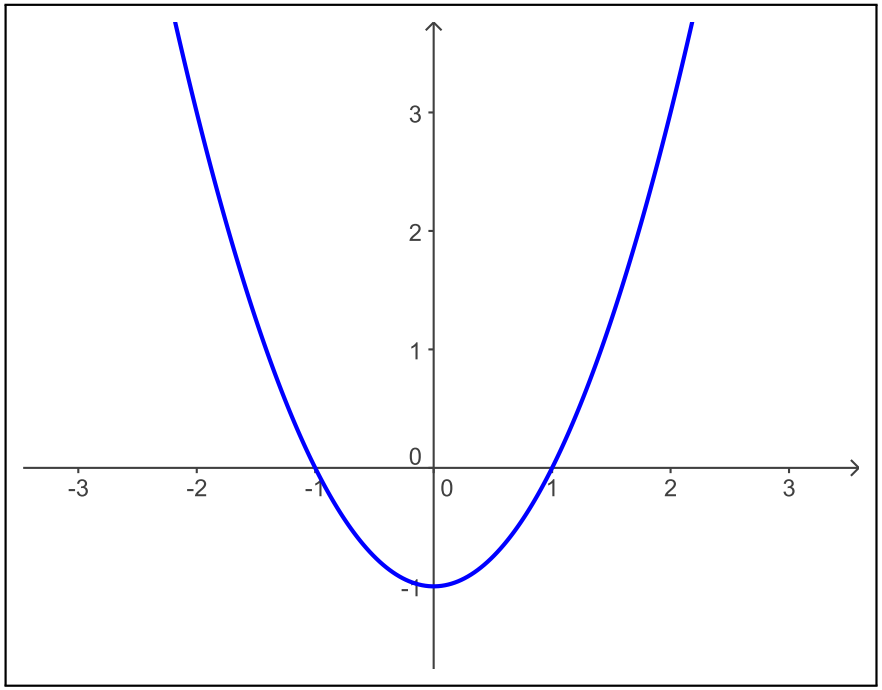
$f(x) = x^2 - 1$



Transformações de funções: $g(x) = |f(x)|$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^2 - 1$

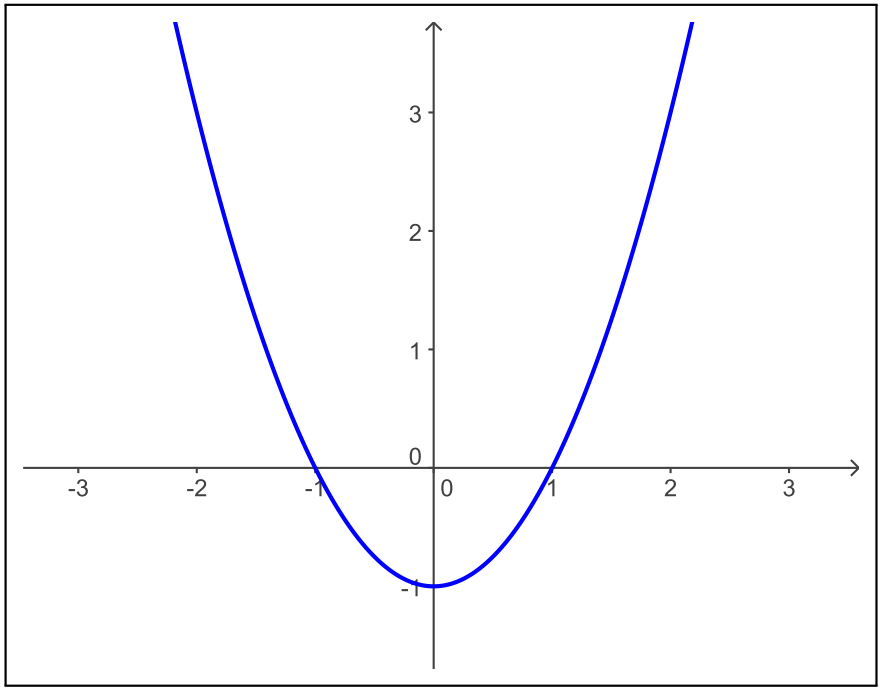


$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$

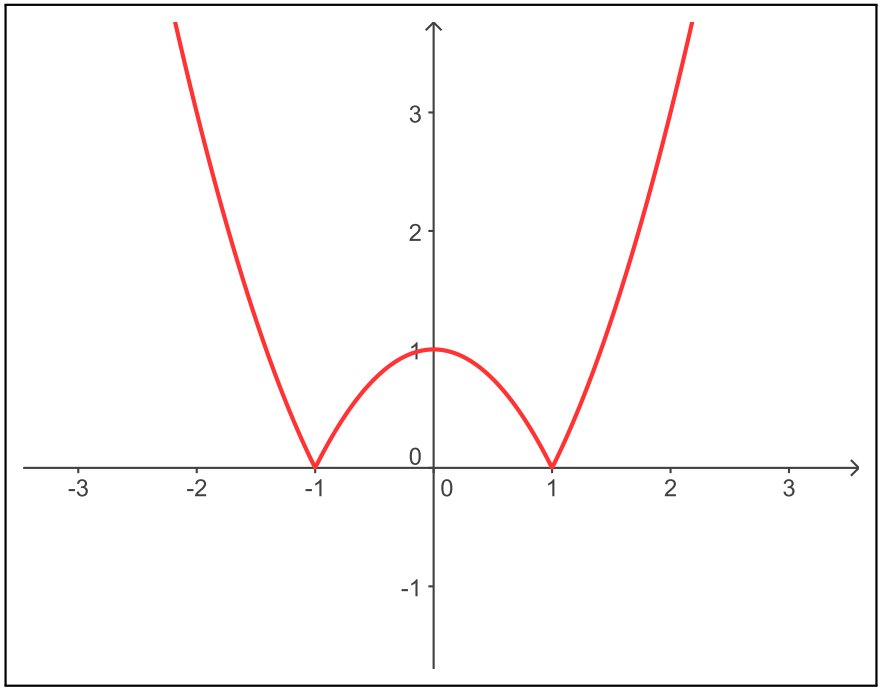
Transformações de funções: $g(x) = |f(x)|$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} +f(x), & \text{se } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{se } f(x) < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^2 - 1$



$g(x) = |f(x)| = |x^2 - 1|$



Caso $g(x) = f(|x|)$

Transformações de funções: $g(x) = f(|x|)$

$$g(x) = f(|x|) =$$

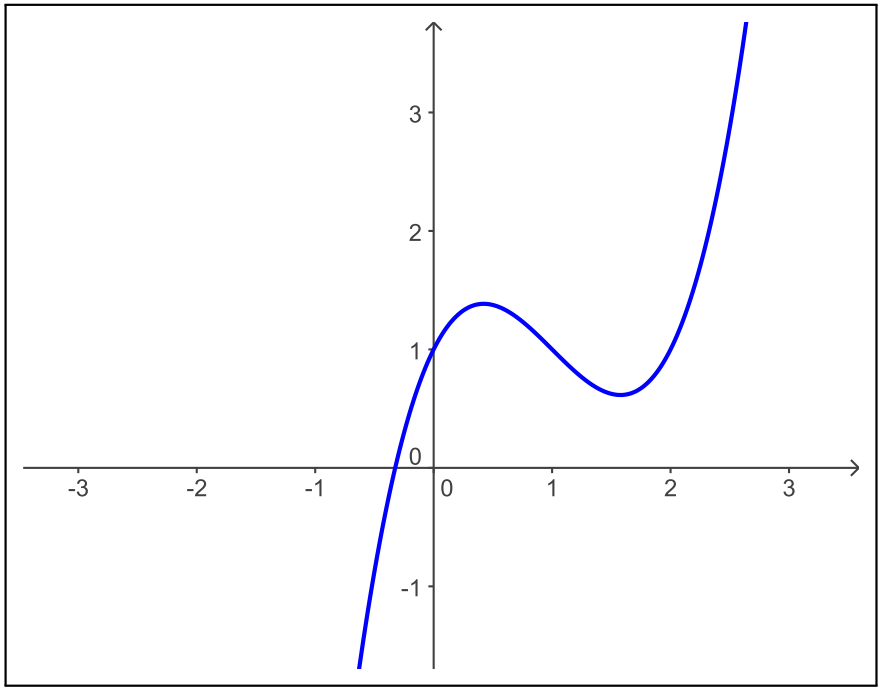
Transformações de funções: $g(x) = f(|x|)$

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Transformações de funções: $g(x) = f(|x|)$

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

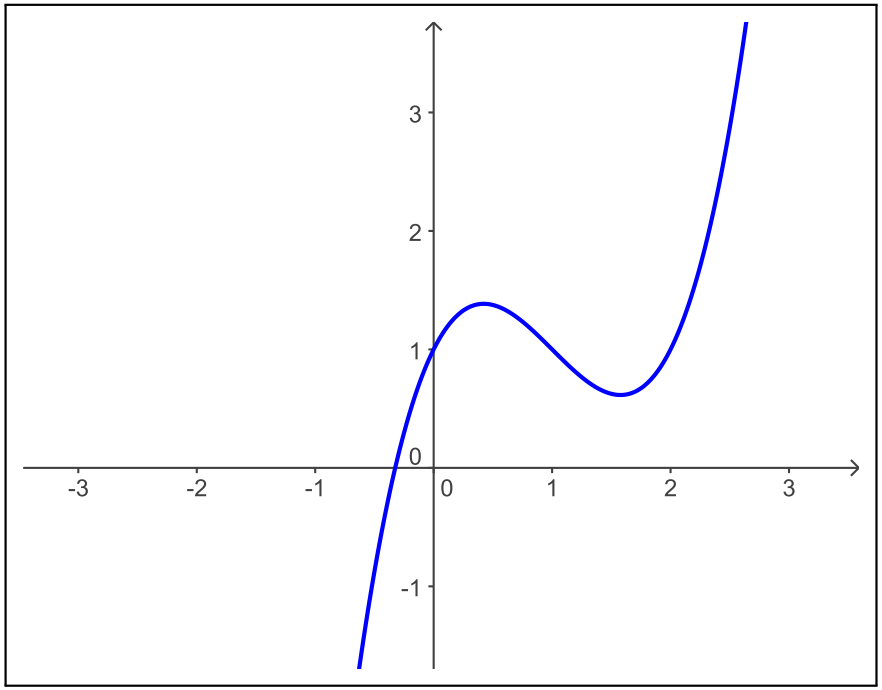
$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$



Transformações de funções: $g(x) = f(|x|)$

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$

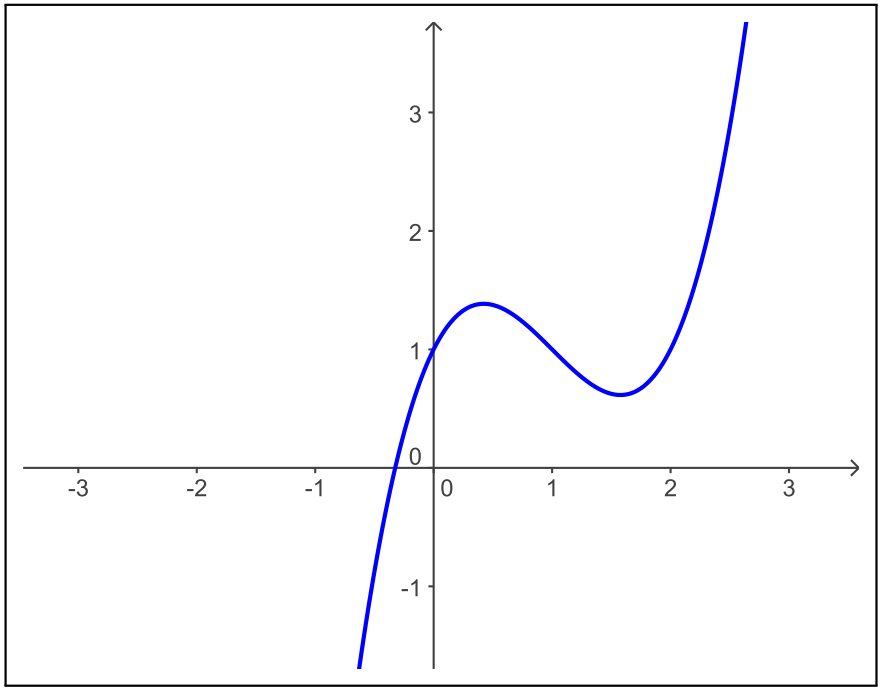


$g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

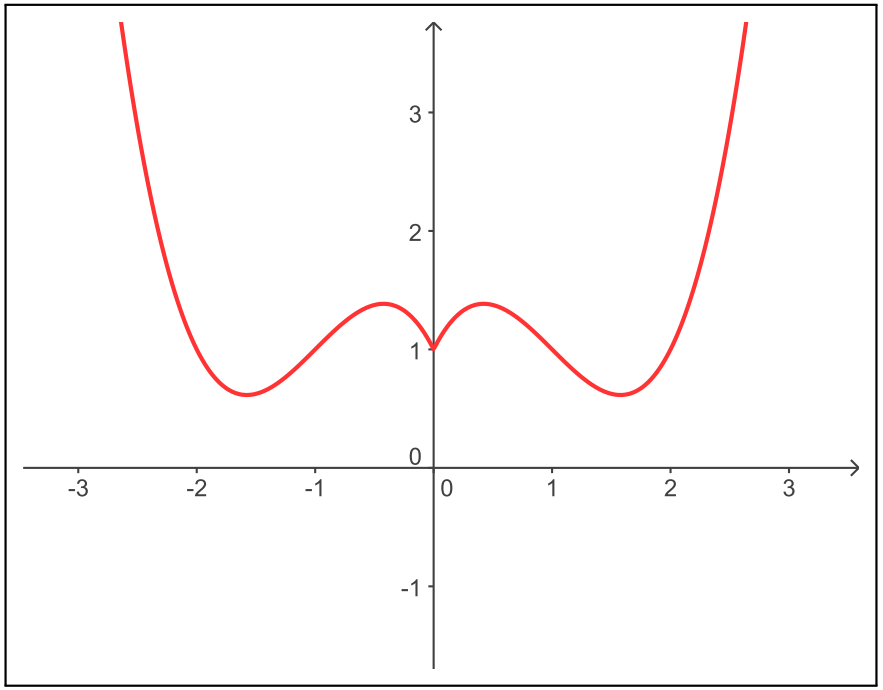
Transformações de funções: $g(x) = f(|x|)$

$$g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(+x), & \text{se } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$f(x) = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x + 1$

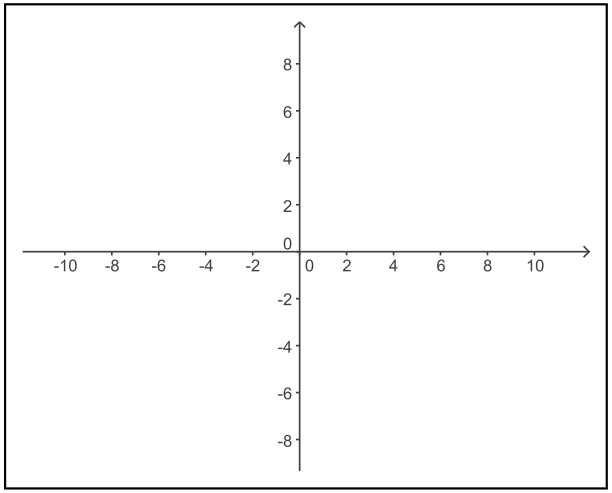


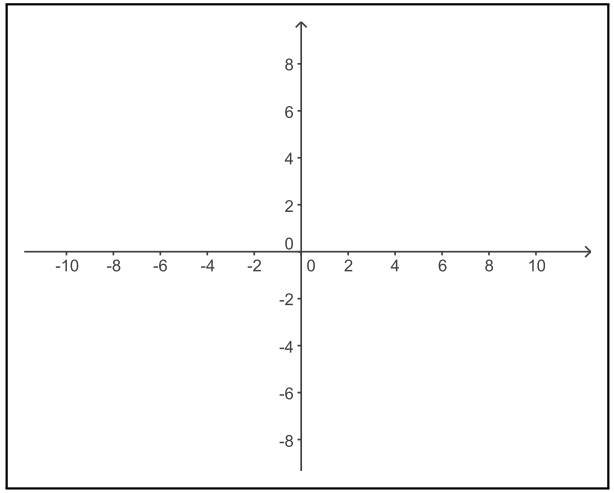
$g(x) = f(|x|) = |x|^3 - 3\,|x|^2 + 2\,|x| + 1$

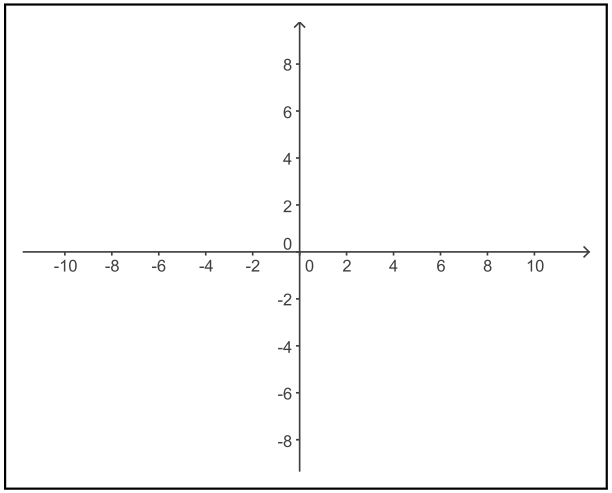


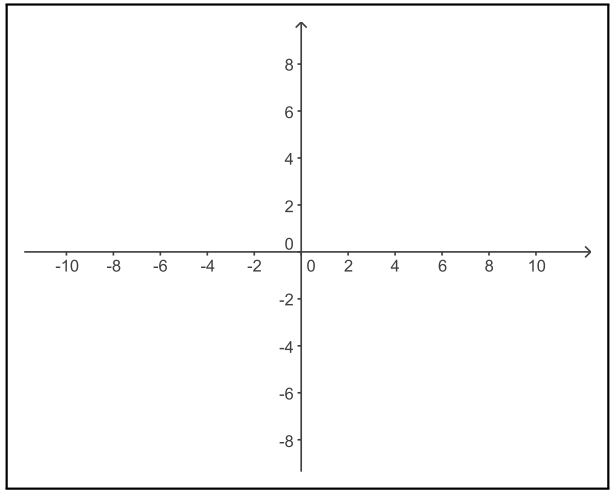
Exercício resolvido

Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$



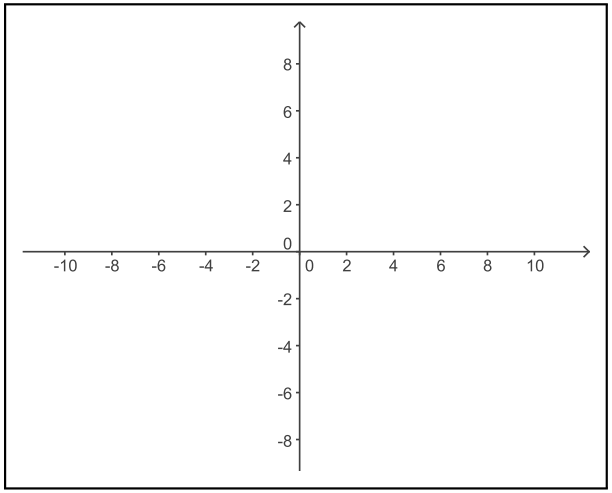


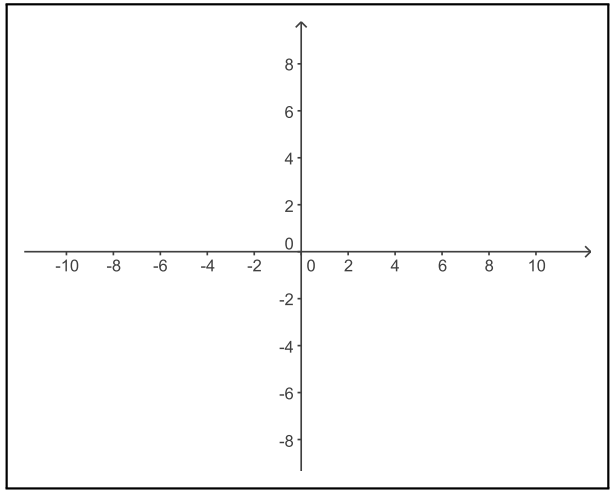


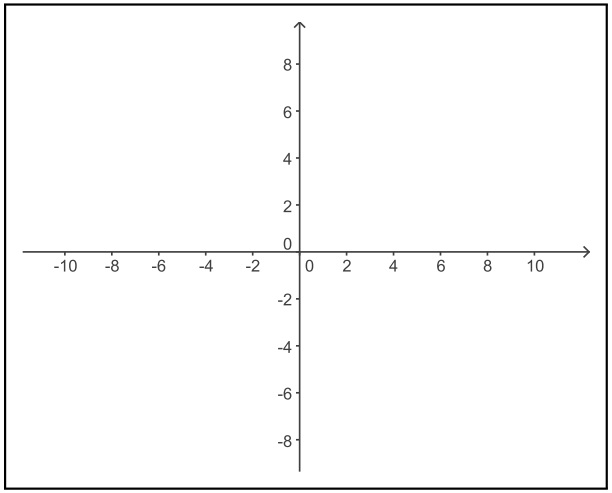


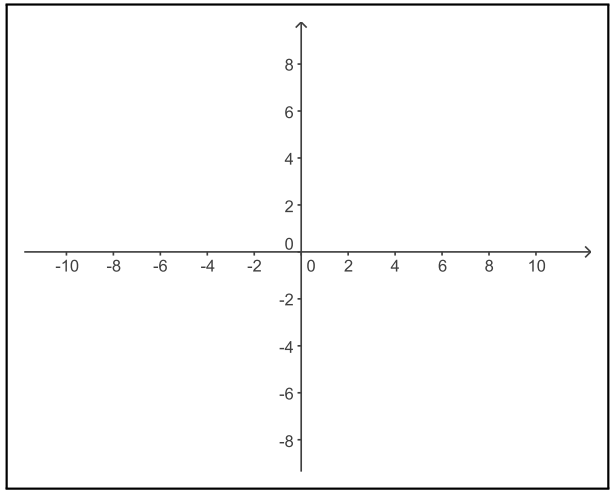
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

$y = f(x) = |x|$



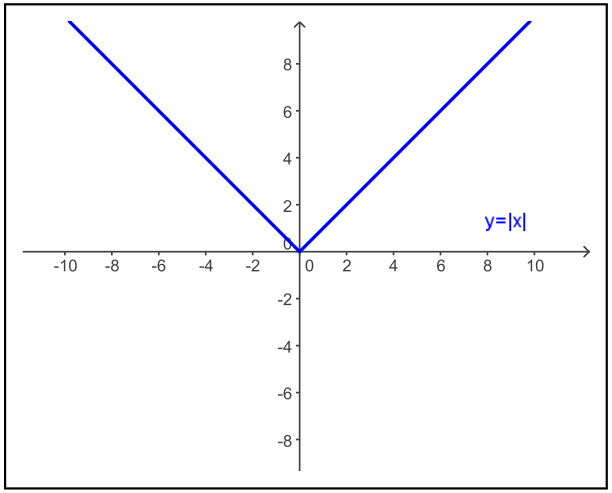


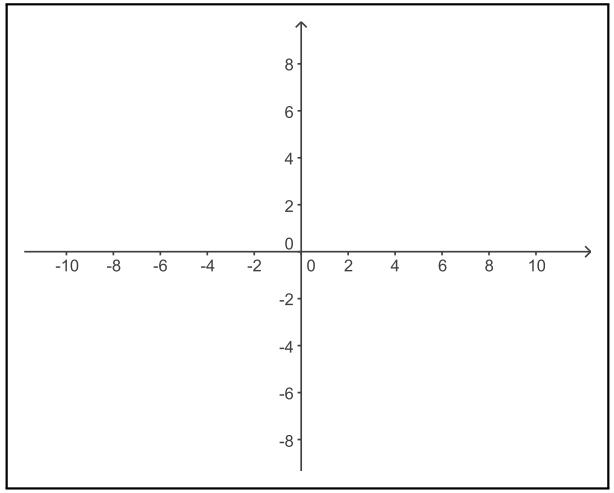


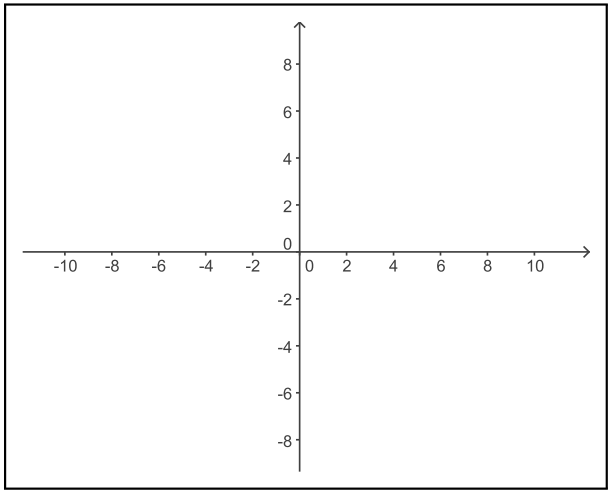


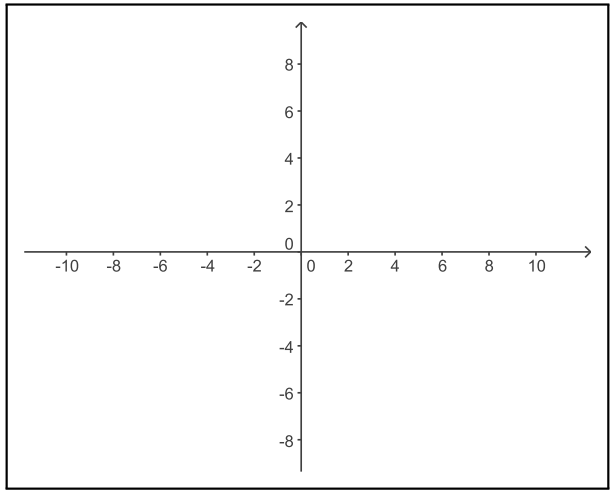
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

$y = f(x) = |x|$



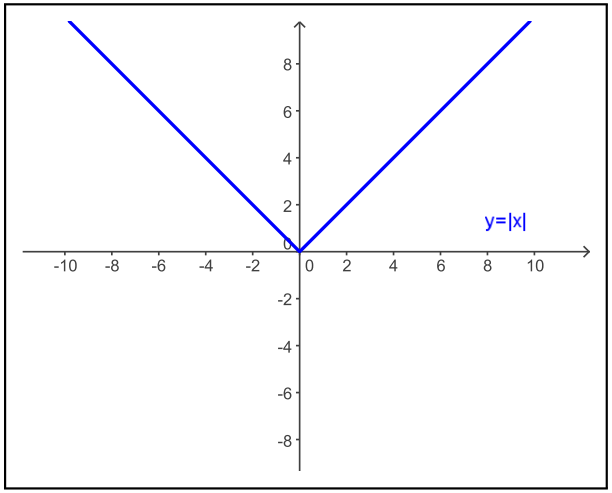




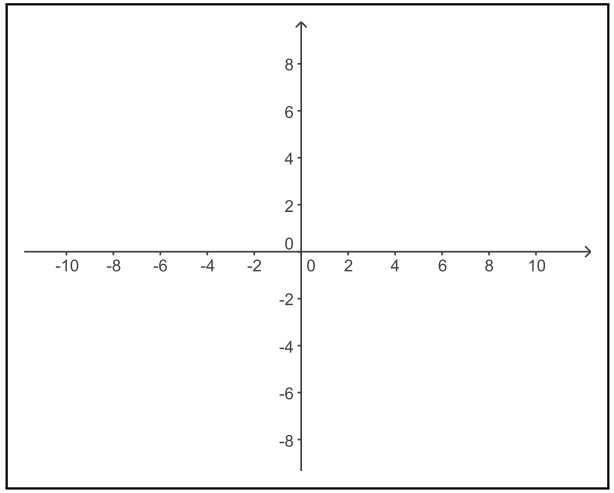


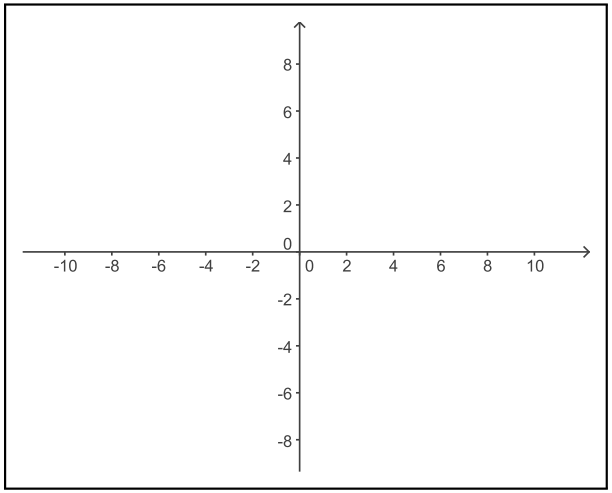
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

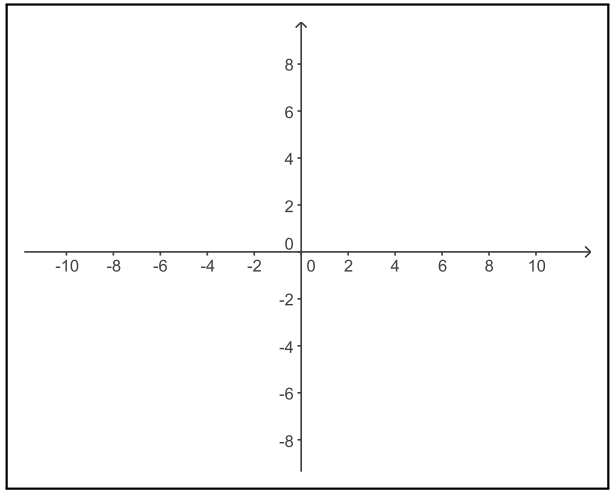
$y = f(x) = |x|$



$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$

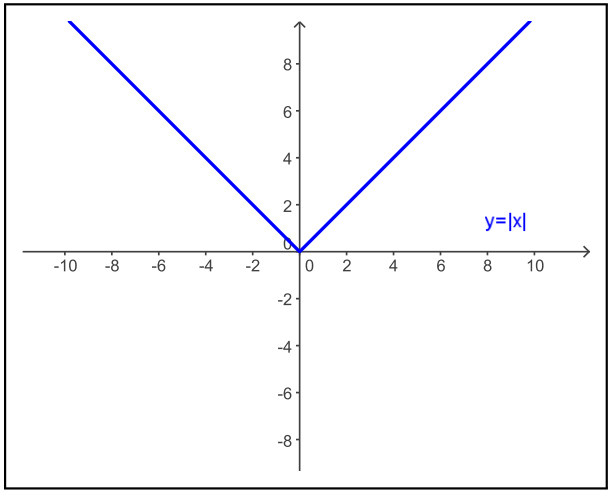




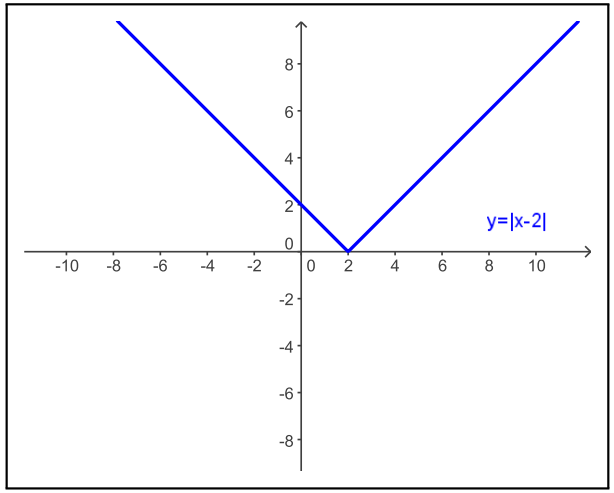


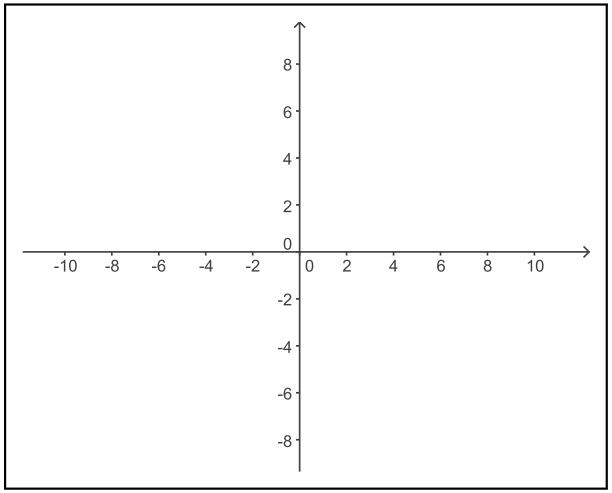
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

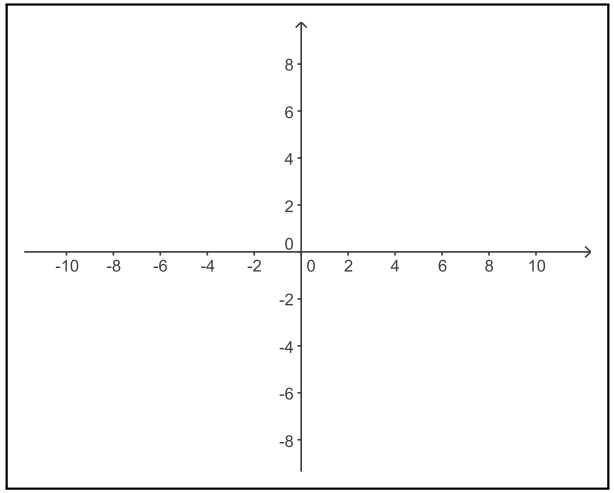
$y = f(x) = |x|$



$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$

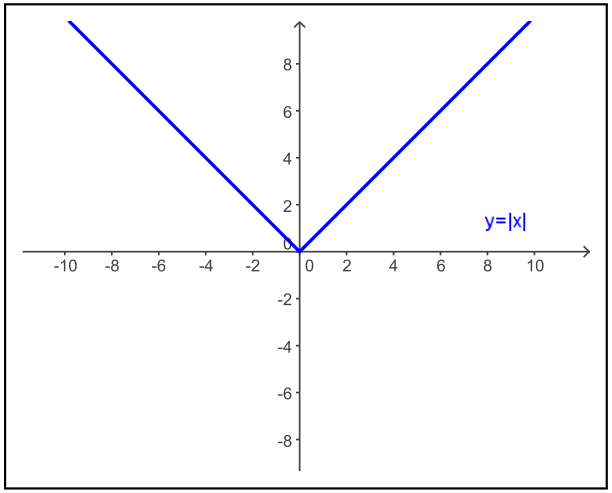




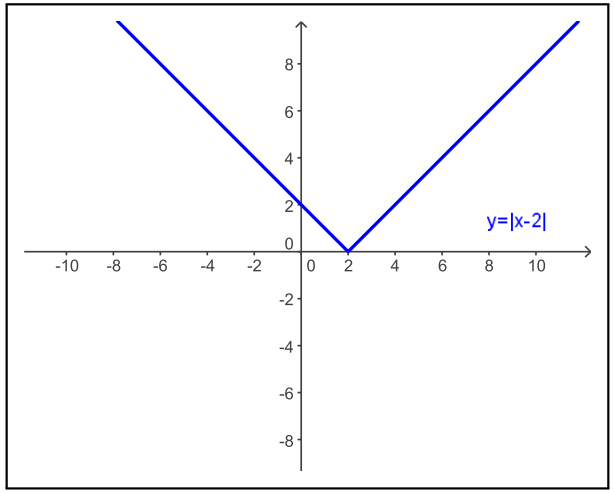


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

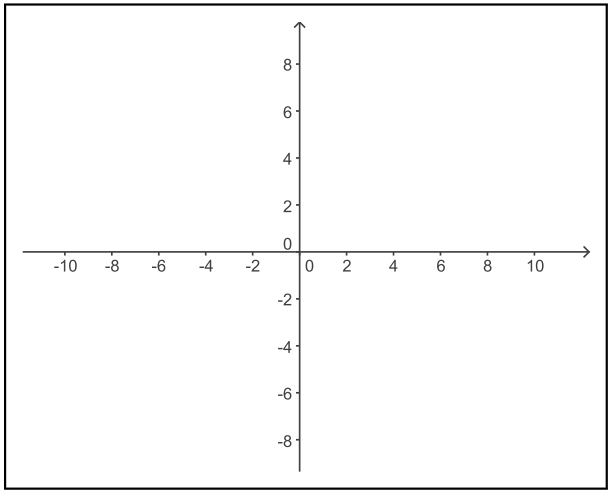
$y = f(x) = |x|$

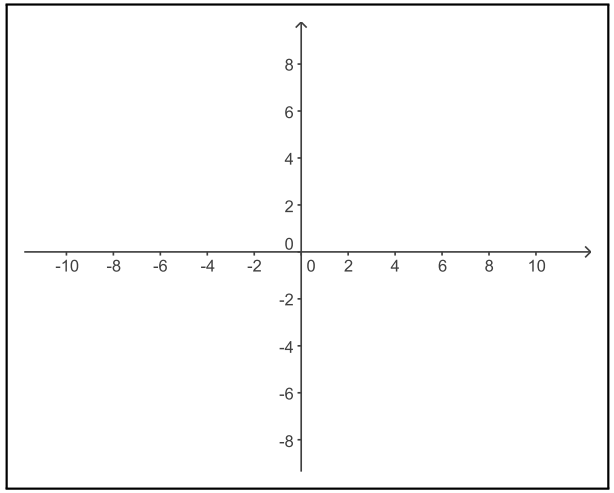


$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



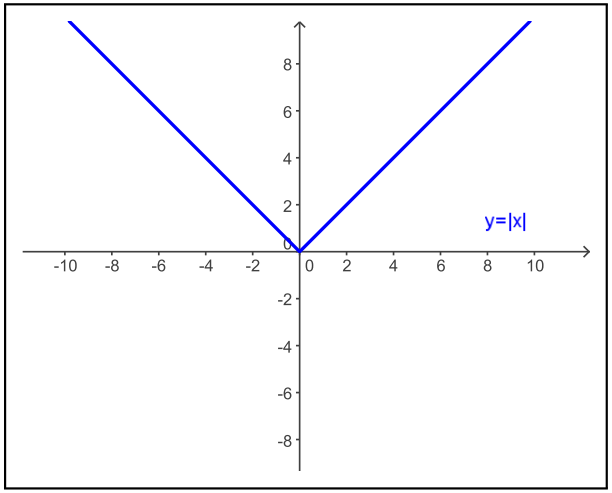
$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$



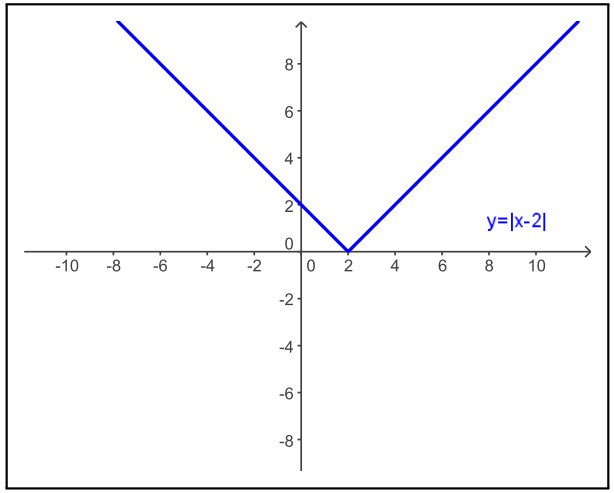


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

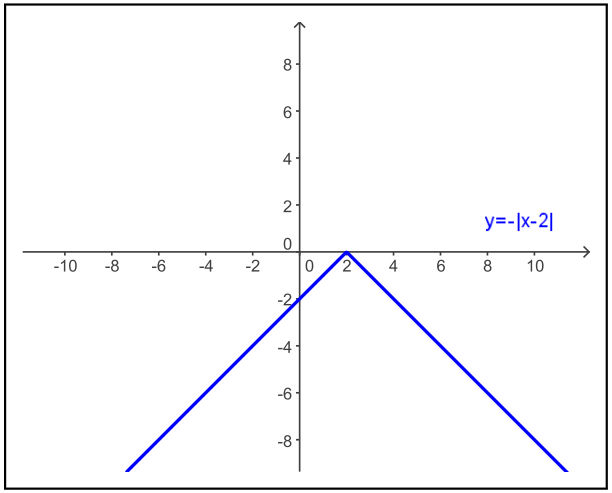
$y = f(x) = |x|$

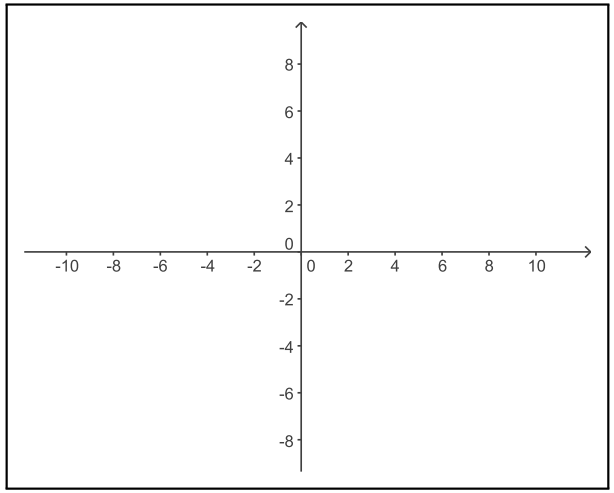


$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



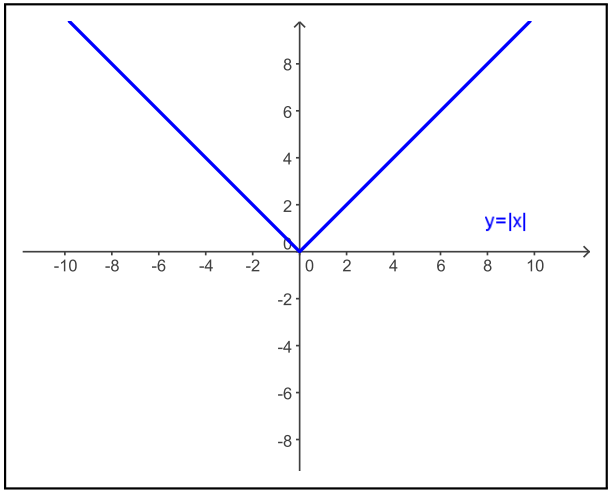
$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$



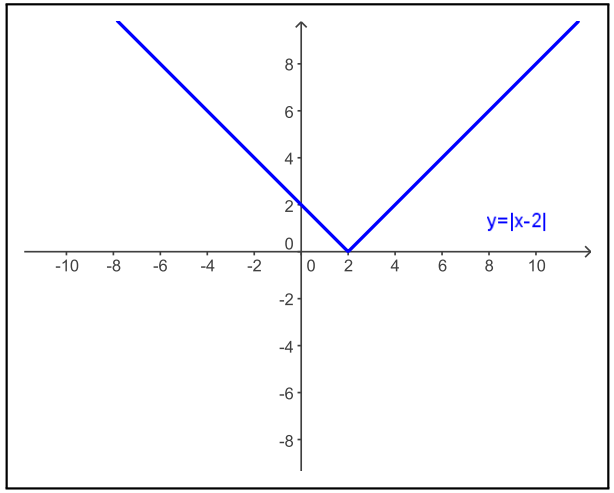


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

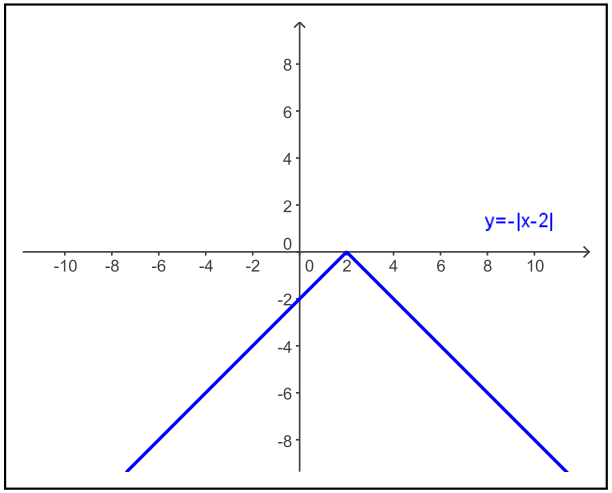
$y = f(x) = |x|$



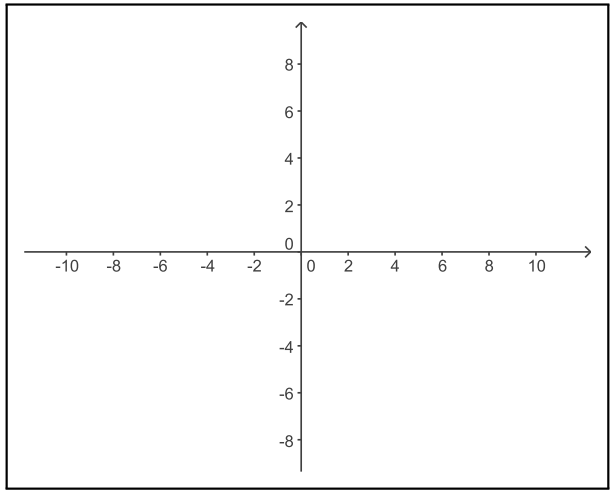
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

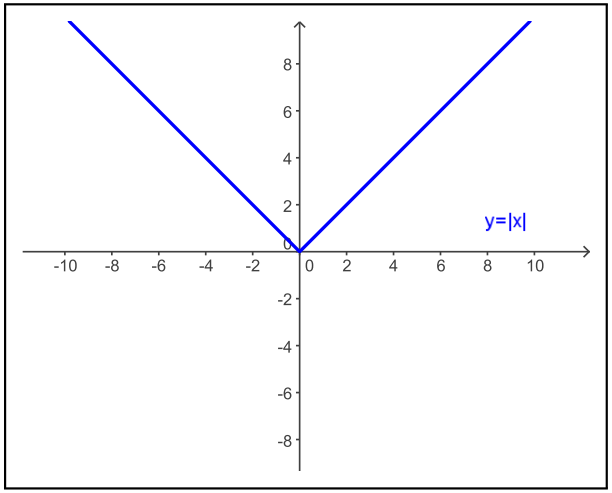


$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

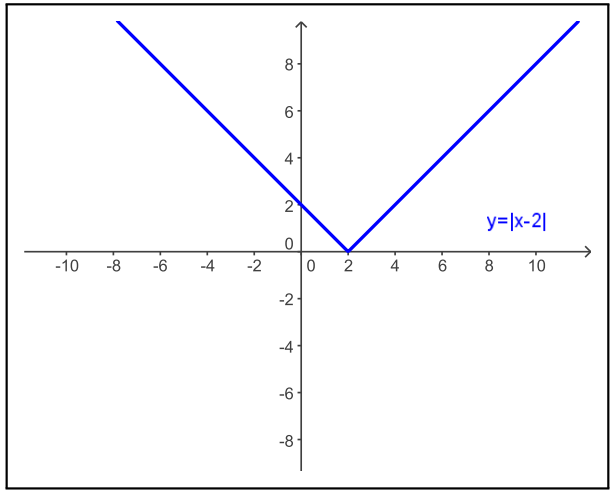


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

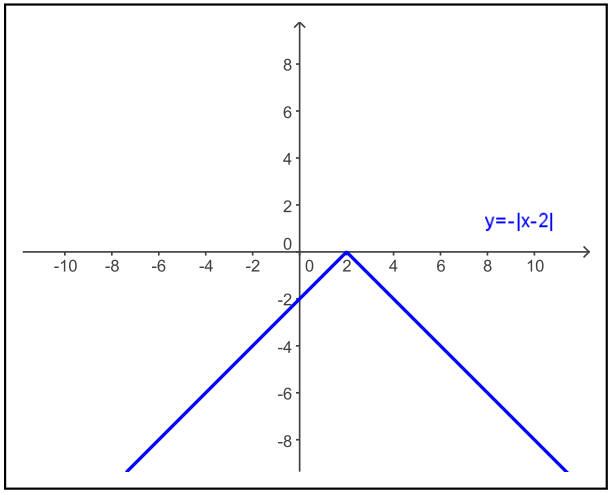
$y = f(x) = |x|$



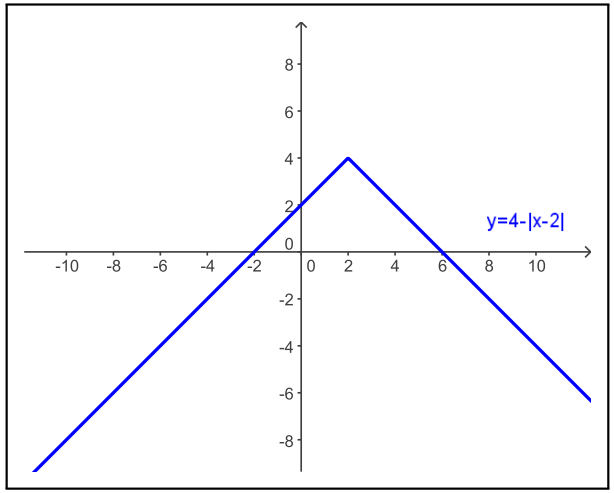
$y = g(x) = f(x - 2) = |x - 2|$



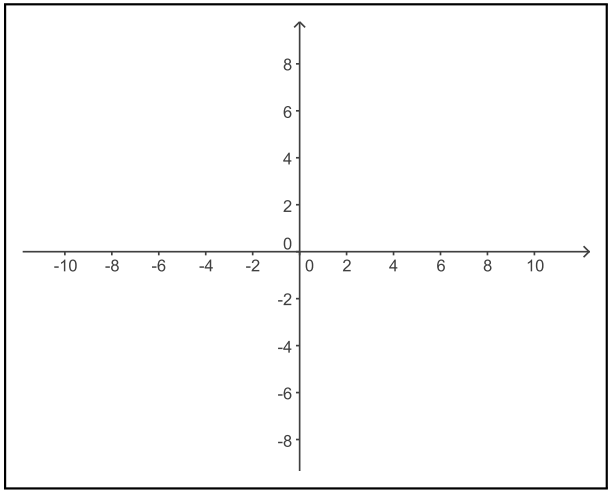
$y = h(x) = -g(x) = -|x - 2|$

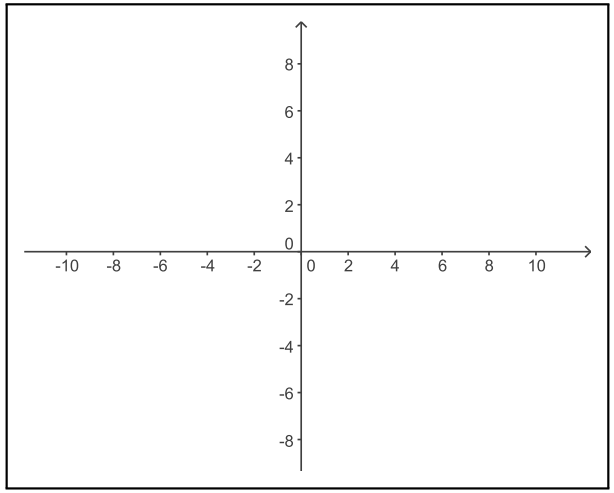


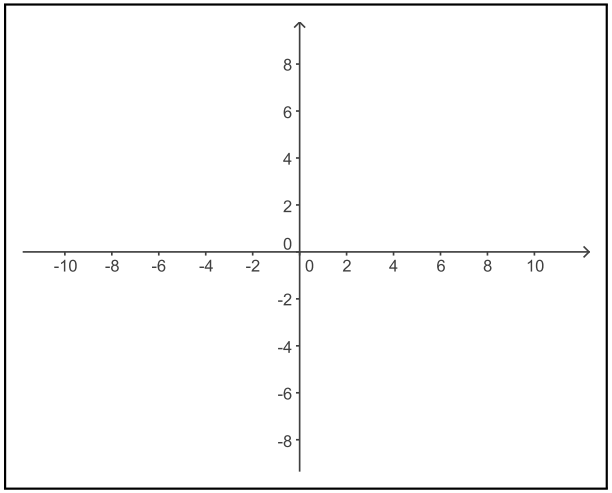
$y = l(x) = h(x) + 4 = 4 - |x - 2|$

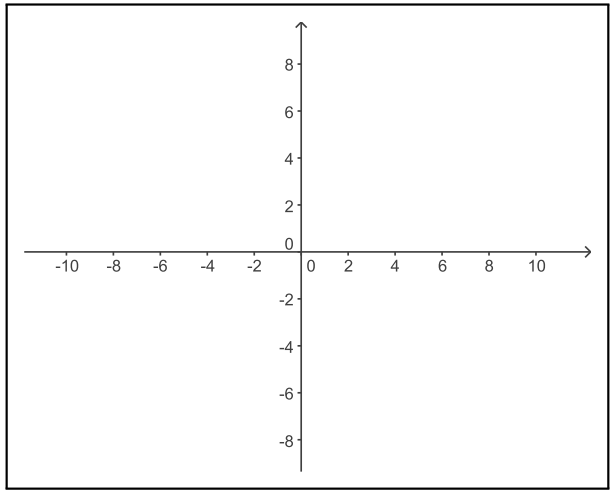


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$



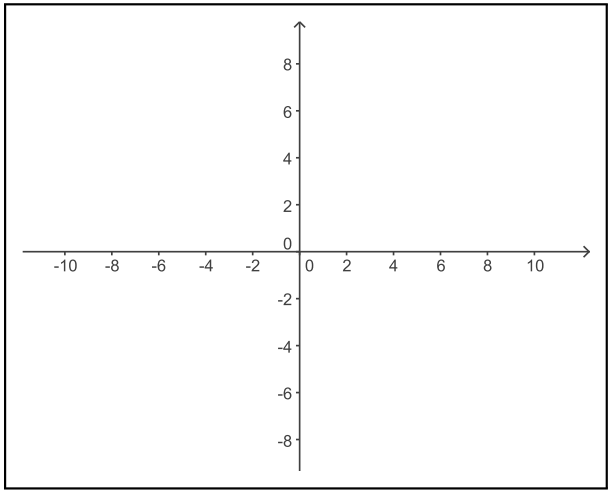


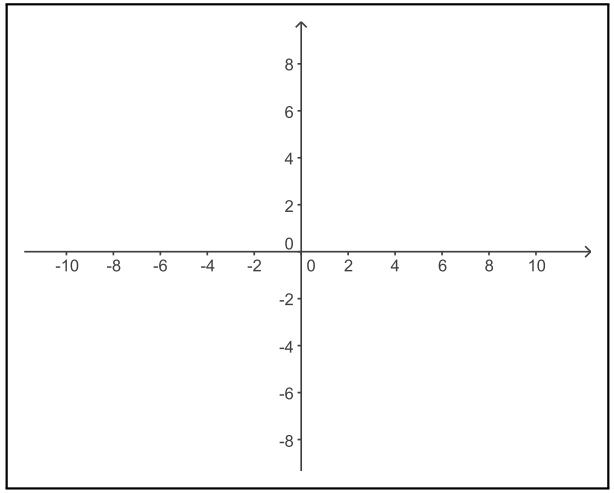


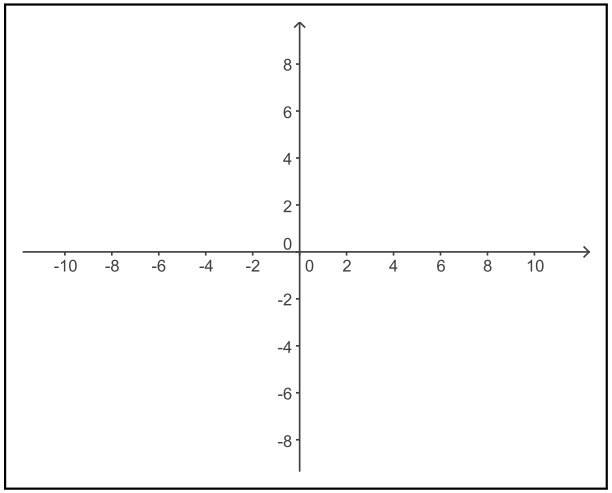


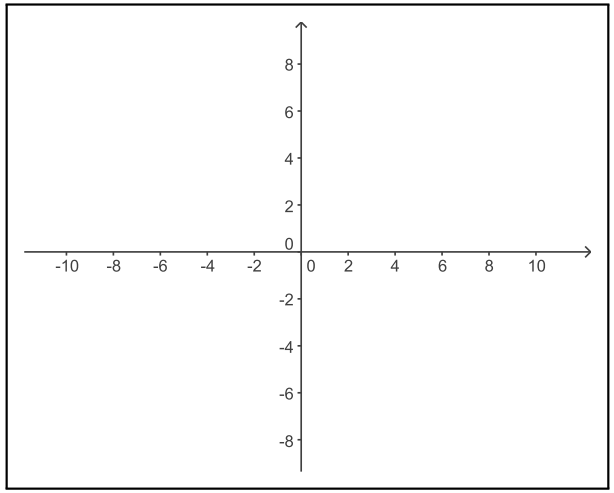
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

$y = f(x) = |x|$



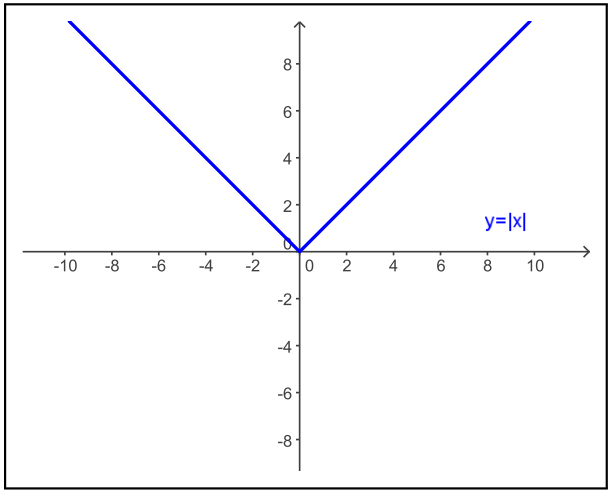


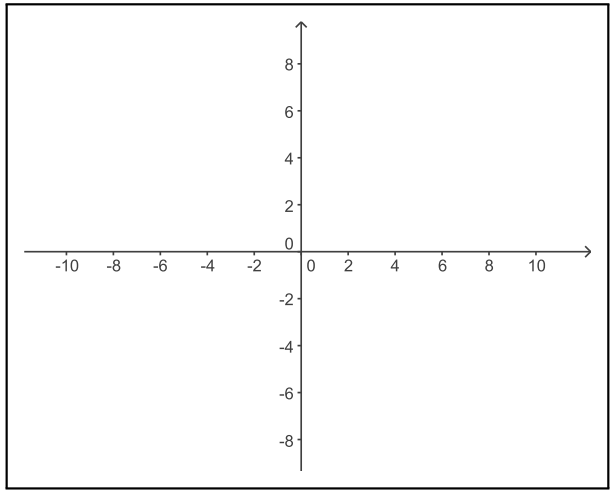


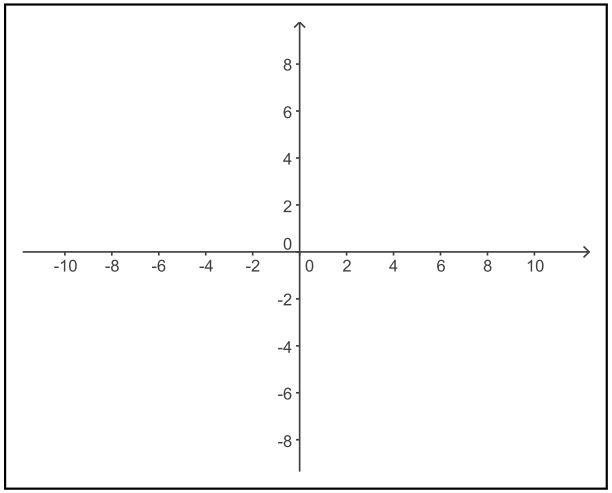


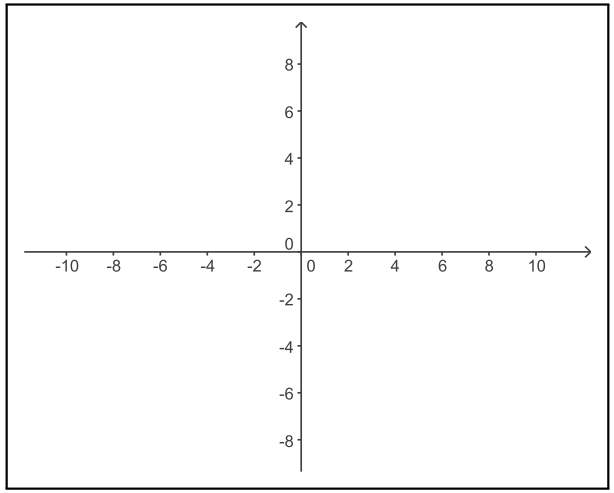
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

$y = f(x) = |x|$



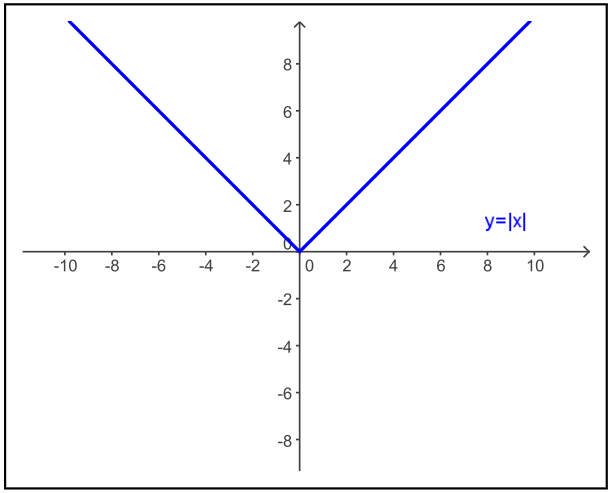




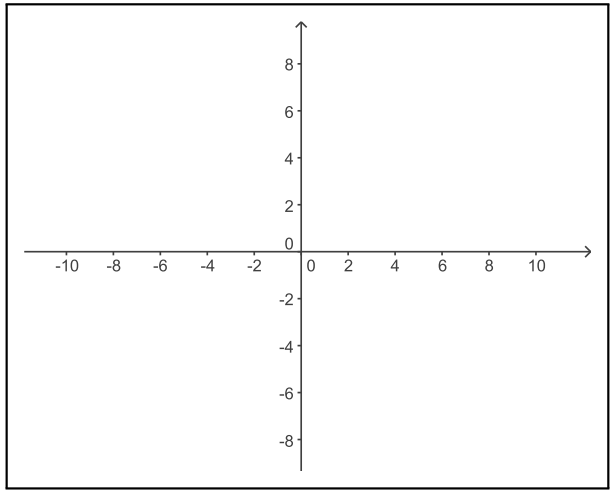


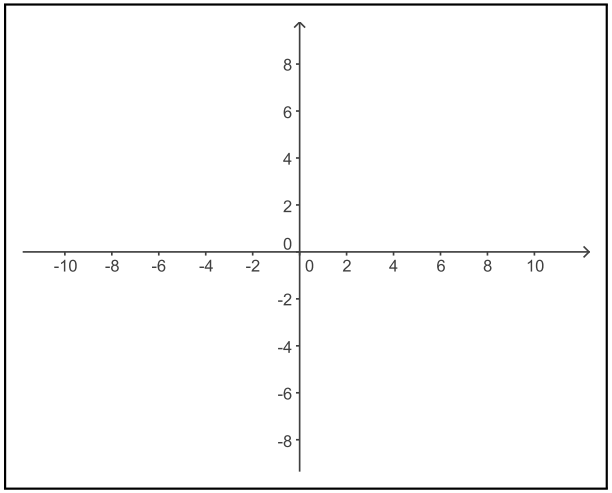
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

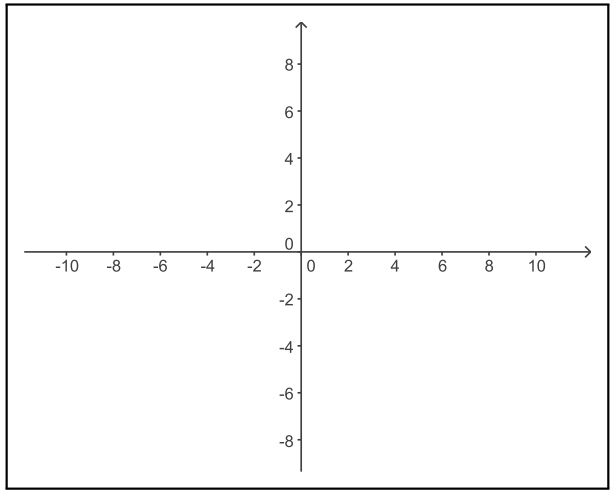
$y = f(x) = |x|$



$y = g(x) = -f(x) = -|x|$

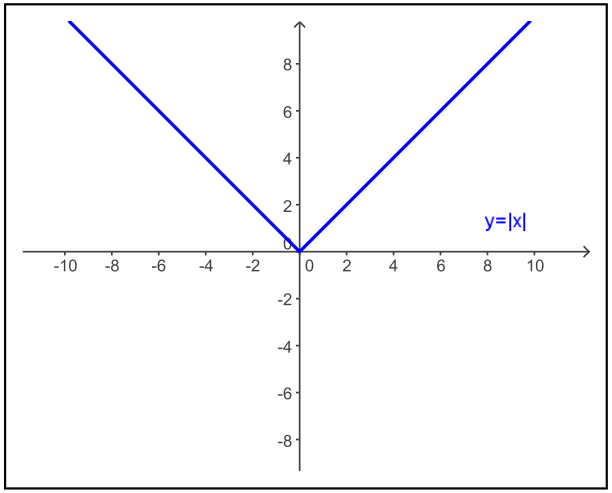




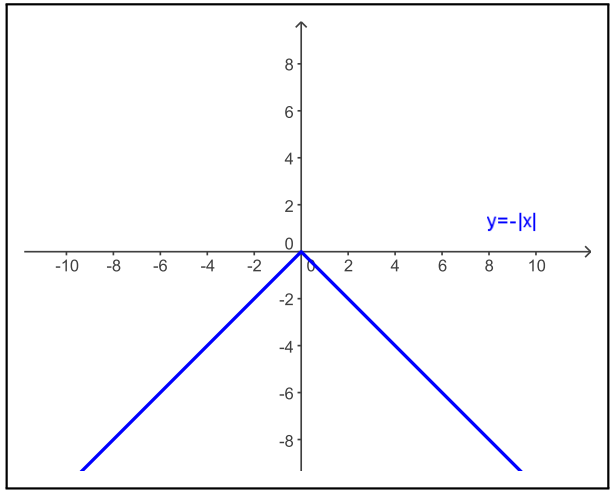


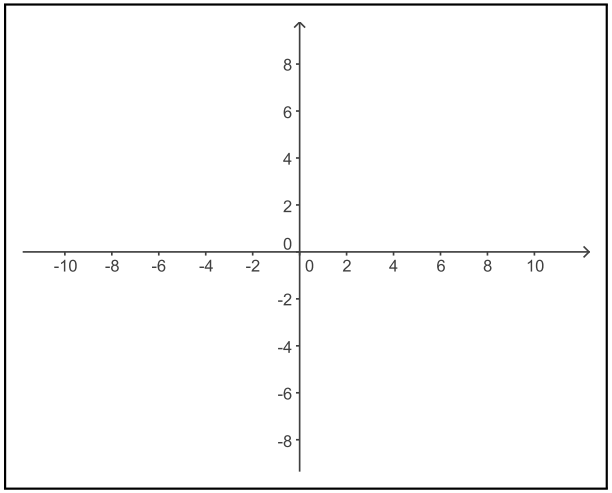
Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

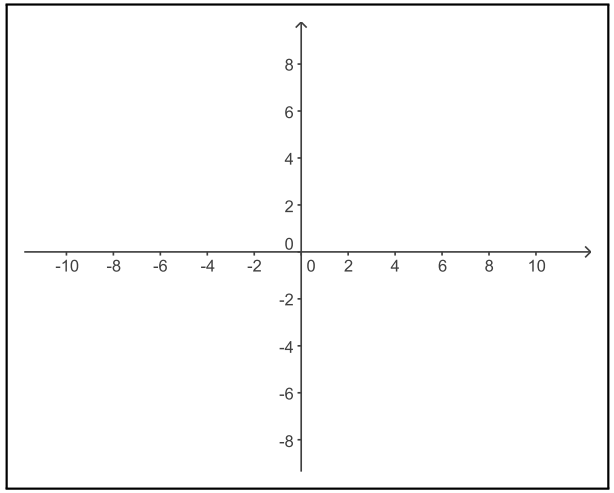
$y = f(x) = |x|$



$y = g(x) = -f(x) = -|x|$

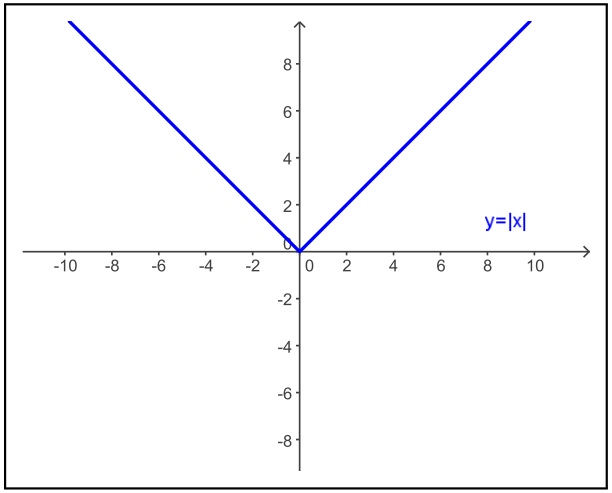




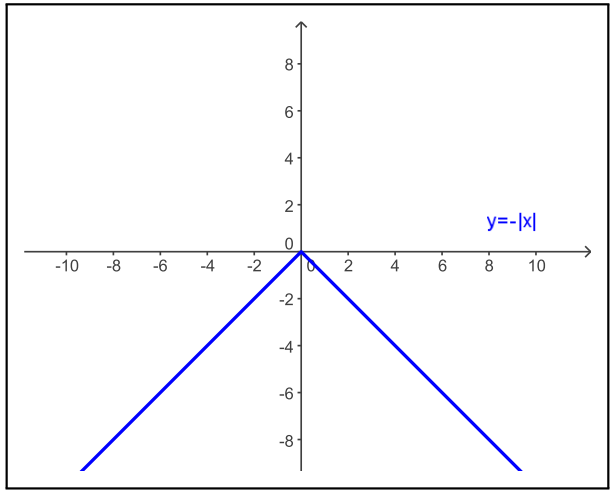


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

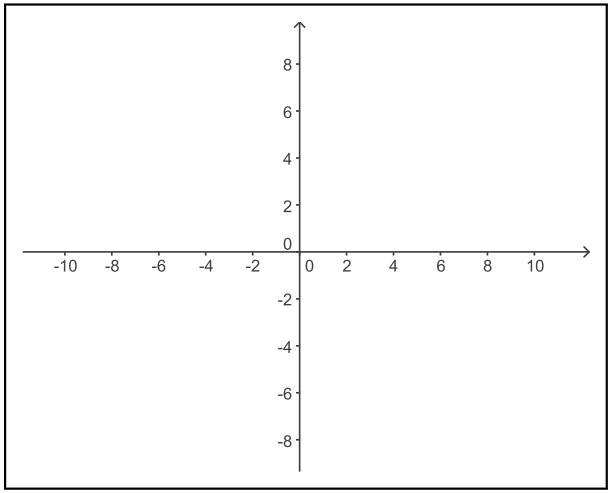
$y = f(x) = |x|$

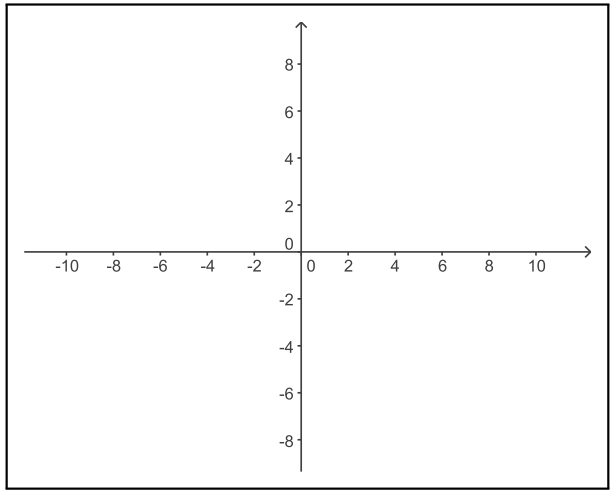


$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



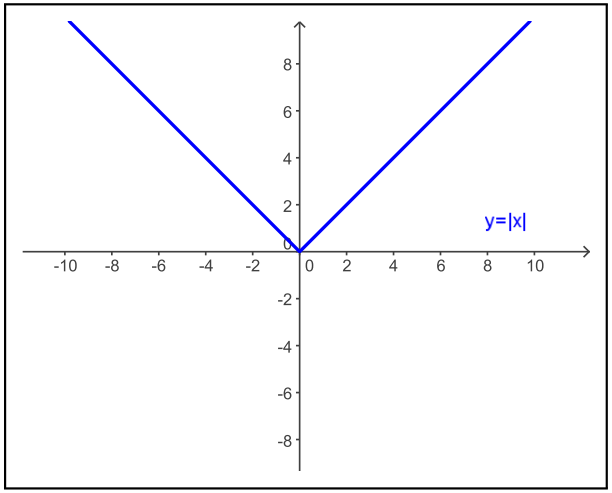
$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$



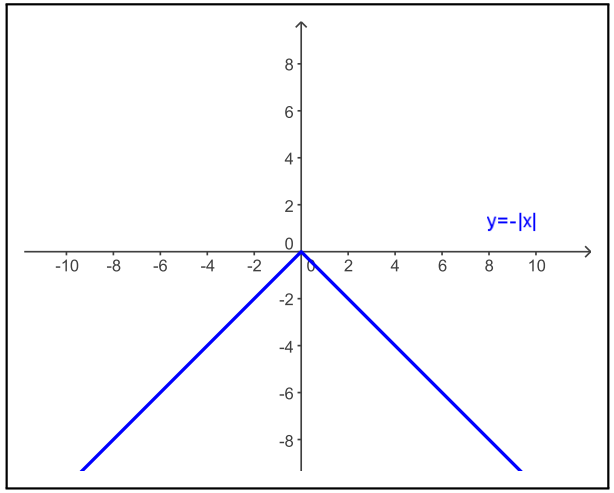


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

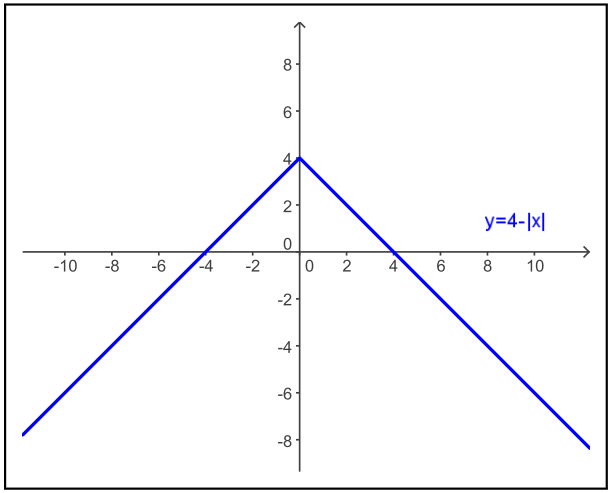
$y = f(x) = |x|$

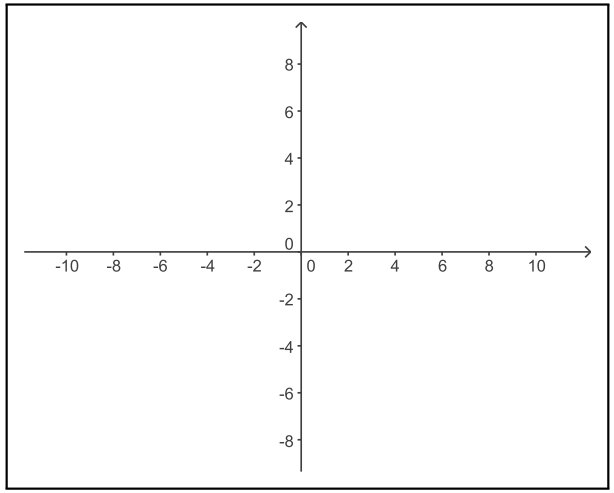


$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



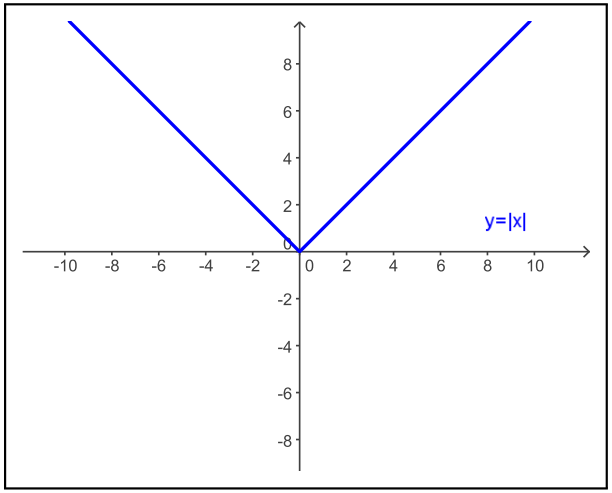
$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$



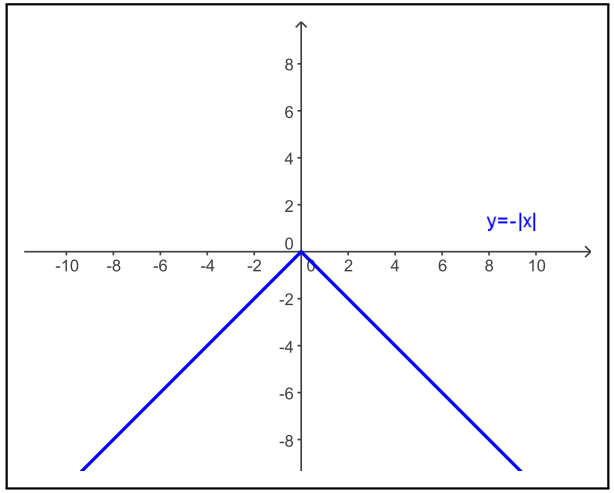


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

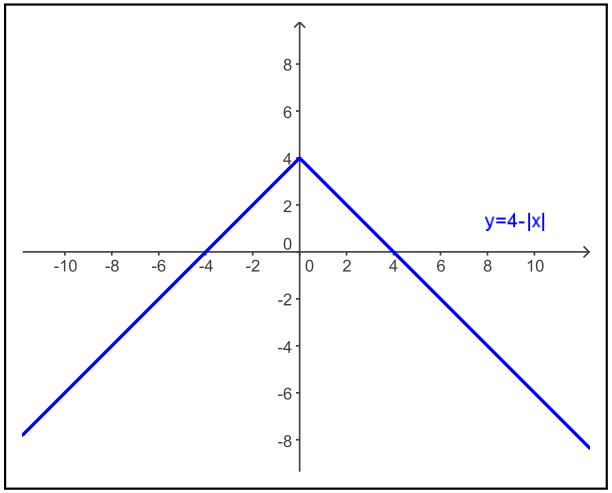
$y = f(x) = |x|$



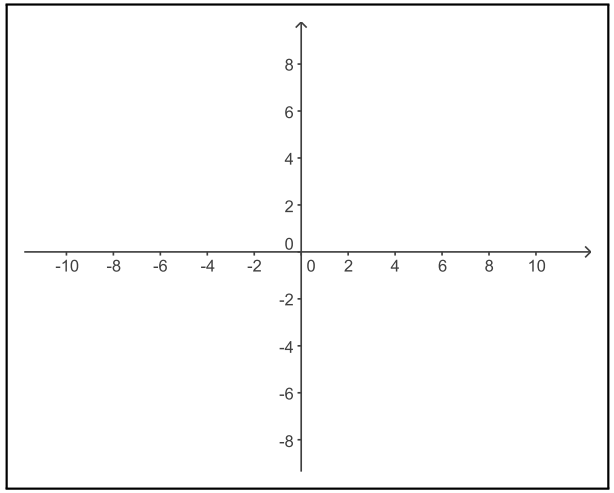
$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$

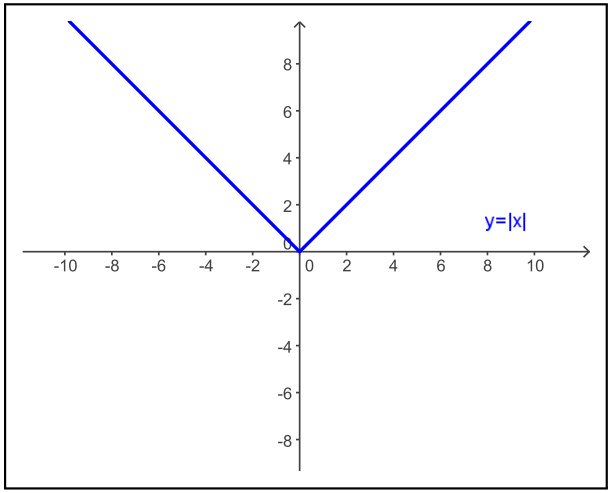


$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$

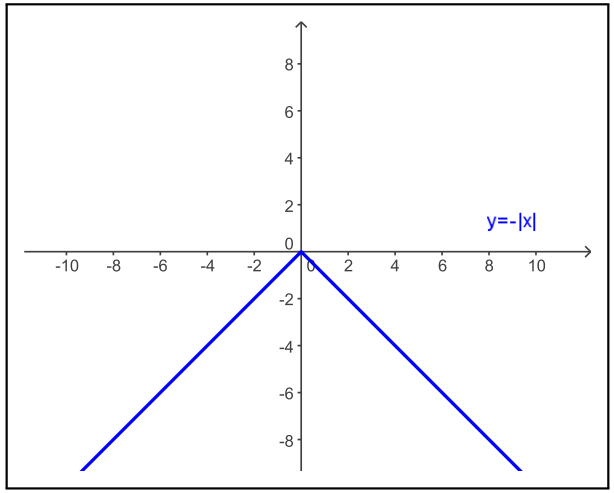


Exemplo: esboce o gráfico de $y = 4 - |x - 2|$

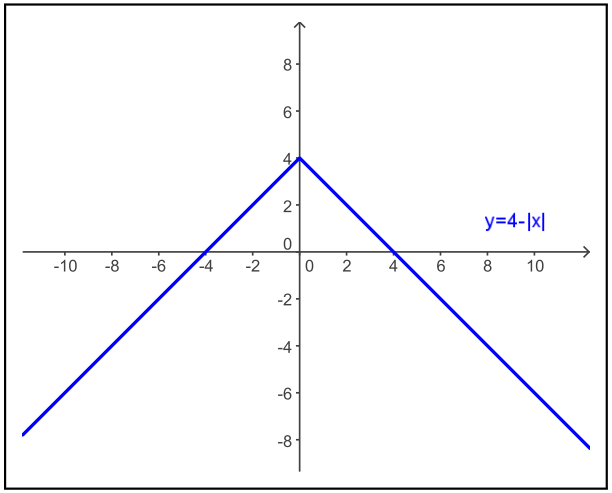
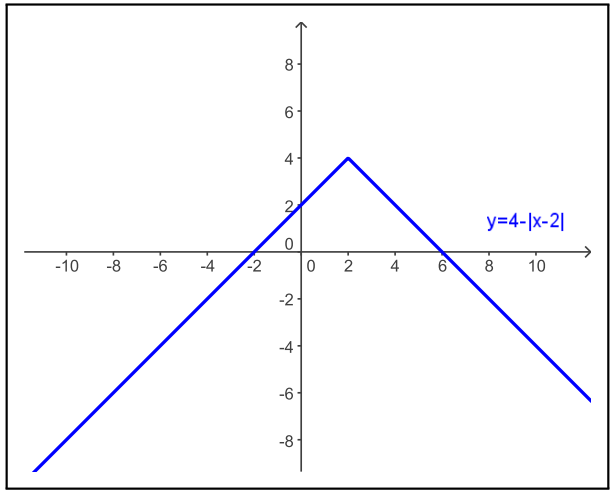
$y = f(x) = |x|$



$y = g(x) = -f(x) = -|x|$



$y = h(x) = g(x) + 4 = 4 - |x|$



$y = l(x) = h(x - 2) = 4 - |x - 2|$