

Cálculo I -A-

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Federal Fluminense

Parte 13

Versão 0.9

Na Última Aula

Regras básicas de derivação

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x^c	$c \cdot x^{c-1}$
$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$
$\text{cos}(x)$	$-\text{sen}(x)$
e^x	e^x
$\ln(x)$	$1/x$
$\text{tg}(x)$	$\text{sec}^2(x)$
$\text{sec}(x)$	$\text{sec}(x) \cdot \text{tg}(x)$
$\text{cotg}(x)$	$-\text{cossec}^2(x)$
$\text{cossec}(x)$	$-\text{cossec}(x) \cdot \text{cotg}(x)$

$$\frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = \frac{df}{dx}(x) + \frac{dg}{dx}(x), \quad \frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] = \frac{df}{dx}(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot \frac{dg}{dx}(x),$$

$$\frac{d}{dx} [c \cdot f(x)] = c \cdot \frac{df}{dx}(x), \quad \frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\frac{df}{dx}(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot \frac{dg}{dx}(x)}{[g(x)]^2}.$$

A regra da cadeia

Teorema

A regra da cadeia nos ensina como derivar a composição de duas funções diferenciáveis: se $y = f(u)$ e $u = g(x)$ são duas funções diferenciáveis, então $y = (f \circ g)(x)$ é diferenciável e

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ou, com a outra notação,

$$\frac{d(f \circ g)}{dx}(x) = \frac{df}{du}(g(x)) \cdot \frac{dg}{dx}(x).$$

Usando abuso de notação, a regra da cadeia fica assim:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Teorema

A regra da cadeia nos ensina como derivar a composição de duas funções diferenciáveis: se $y = f(u)$ e $u = g(x)$ são duas funções diferenciáveis, então $y = (f \circ g)(x)$ é diferenciável e

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ou, com a outra notação,

$$\frac{d(f \circ g)}{dx}(x) = \frac{df}{du}(g(x)) \cdot \frac{dg}{dx}(x).$$

Usando abuso de notação, a regra da cadeia fica assim:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Teorema

A regra da cadeia nos ensina como derivar a composição de duas funções diferenciáveis: se $y = f(u)$ e $u = g(x)$ são duas funções diferenciáveis, então $y = (f \circ g)(x)$ é diferenciável e

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ou, com a outra notação,

$$\frac{d(f \circ g)}{dx}(x) = \frac{df}{du}(g(x)) \cdot \frac{dg}{dx}(x).$$

Usando abuso de notação, a regra da cadeia fica assim:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Teorema

A regra da cadeia nos ensina como derivar a composição de duas funções diferenciáveis: se $y = f(u)$ e $u = g(x)$ são duas funções diferenciáveis, então $y = (f \circ g)(x)$ é diferenciável e

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ou, com a outra notação,

$$\frac{d(f \circ g)}{dx}(x) = \frac{df}{du}(g(x)) \cdot \frac{dg}{dx}(x).$$

Usando abuso de notação, a regra da cadeia fica assim:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Teorema

A regra da cadeia nos ensina como derivar a composição de duas funções diferenciáveis: se $y = f(u)$ e $u = g(x)$ são duas funções diferenciáveis, então $y = (f \circ g)(x)$ é diferenciável e

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

ou, com a outra notação,

$$\frac{d(f \circ g)}{dx}(x) = \frac{df}{du}(g(x)) \cdot \frac{dg}{dx}(x).$$

Usando abuso de notação, a regra da cadeia fica assim:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução.

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \quad \text{e} \quad y = f(u) =$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Como $f'(u) =$ e $g'(x) =$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Como $f'(u) = 3 \cdot u^2$ e $g'(x) = 5$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Como $f'(u) = 3 \cdot u^2$ e $g'(x) = 5$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Como $f'(u) = 3 \cdot u^2$ e $g'(x) = 5$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(5x) \cdot g'(x)$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Como $f'(u) = 3 \cdot u^2$ e $g'(x) = 5$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(5x) \cdot g'(x) = 3 \cdot (5x)^2 \cdot 5$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = (5 \cdot x)^3$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = 5 \cdot x \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^3.$$

Como $f'(u) = 3 \cdot u^2$ e $g'(x) = 5$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(5x) \cdot g'(x) = 3 \cdot (5x)^2 \cdot 5 = 15 \cdot (5x)^2.$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Exemplo

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução.

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \quad \quad \quad \text{e} \quad y = f(u) =$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Como $f'(u) =$ e $g'(x) =$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Como $f'(u) = 2 \cdot u$ e $g'(x) = -\text{sen}(x)$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Como $f'(u) = 2 \cdot u$ e $g'(x) = -\sin(x)$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Como $f'(u) = 2 \cdot u$ e $g'(x) = -\sin(x)$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(\cos(x)) \cdot g'(x)$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Como $f'(u) = 2 \cdot u$ e $g'(x) = -\text{sen}(x)$, segue-se que

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(\cos(x)) \cdot g'(x) = 2 \cdot \cos(x) \cdot (-\text{sen}(x))$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde

$$u = g(x) = \cos(x) \quad \text{e} \quad y = f(u) = u^2.$$

Como $f'(u) = 2 \cdot u$ e $g'(x) = -\text{sen}(x)$, segue-se que

$$\begin{aligned} h'(x) &= f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(\cos(x)) \cdot g'(x) = 2 \cdot \cos(x) \cdot (-\text{sen}(x)) \\ &= -2 \cdot \cos(x) \cdot \text{sen}(x). \end{aligned}$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução.

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) =$ e $y = f(u) =$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$.

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$. Como

$$f'(u) = \quad \quad \quad \text{e} \quad \quad g'(x) =$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$. Como

$$f'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \quad \text{e} \quad g'(x) = 3x^2 + 1$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$. Como

$$f'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \quad \text{e} \quad g'(x) = 3x^2 + 1,$$

segue-se que $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$. Como

$$f'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \quad \text{e} \quad g'(x) = 3x^2 + 1,$$

segue-se que $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(x^3 + x) \cdot g'(x)$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$. Como

$$f'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \quad \text{e} \quad g'(x) = 3x^2 + 1,$$

segue-se que $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(x^3 + x) \cdot g'(x)$ e, conseqüentemente,

$$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^3 + x}} \cdot (3x^2 + 1)$$

Calcule a derivada da função $y = h(x) = \sqrt{x^3 + x}$.

Solução. Temos que

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

onde $u = g(x) = x^3 + x$ e $y = f(u) = \sqrt{u}$. Como

$$f'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \quad \text{e} \quad g'(x) = 3x^2 + 1,$$

segue-se que $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = f'(x^3 + x) \cdot g'(x)$ e, conseqüentemente,

$$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^3 + x}} \cdot (3x^2 + 1) = \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}}.$$

A regra da cadeia

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{f}_{\text{função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{f'}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

A regra da cadeia

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{f}_{\text{função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{f'}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{\text{sen}}_{\text{função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{\phantom{\text{sen}}}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

A regra da cadeia

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{f}_{\text{função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{f'}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{\text{sen}}_{\text{função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{\text{cos}}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{2x}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

A regra da cadeia

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{f}_{\text{função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{f'}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{\text{sen}}_{\text{função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{\text{cos}}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{\quad}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

A regra da cadeia

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{f}_{\text{função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{f'}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\underbrace{\text{sen}}_{\text{função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \right] = \underbrace{\text{cos}}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(x^2)}_{\text{calculada na função de dentro}} \cdot \underbrace{(2x)}_{\text{derivada da função de dentro}}$$

Derive $y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right)$.

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x)$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\quad \right)$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right)$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)}{e^{2x}}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x}{e^{2x}}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x - (x^3 + x)e^{x-1}}{e^{2x}}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x - (x^3 + x)}{e^{2x}}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x - (x^3 + x)e^x}{e^{2x}}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$h'(x) = \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x - (x^3 + x)e^x}{(e^x)^2}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned} h'(x) &= \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x - (x^3 + x)e^x}{(e^x)^2} \\ &= \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1) - (x^3 + x)}{e^x} \end{aligned}$$

$$\text{Derive } y = h(x) = \text{sen} \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right).$$

Solução. Temos que

$$\begin{aligned} h'(x) &= \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1)e^x - (x^3 + x)e^x}{(e^x)^2} \\ &= \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{(3x^2 + 1) - (x^3 + x)}{e^x} \\ &= \cos \left(\frac{x^3 + x}{e^x} \right) \cdot \frac{1 - x + 3x^2 - x^3}{e^x}. \end{aligned}$$

Regras básicas de derivação

$$y = x^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \text{sen}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \text{cos}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = e^x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação

$$y = x^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot x^{c-1}$$

$$y = \text{sen}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \text{cos}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = e^x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação

$$y = x^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot x^{c-1}$$

$$y = \text{sen}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(x)$$

$$y = \text{cos}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = e^x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação

$$y = x^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot x^{c-1}$$

$$y = \text{sen}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(x)$$

$$y = \text{cos}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = - \text{sen}(x)$$

$$y = e^x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação

$$y = x^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot x^{c-1}$$

$$y = \text{sen}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(x)$$

$$y = \text{cos}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = - \text{sen}(x)$$

$$y = e^x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = e^x$$

$$y = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação

$$y = x^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot x^{c-1}$$

$$y = \text{sen}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(x)$$

$$y = \text{cos}(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = - \text{sen}(x)$$

$$y = e^x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = e^x$$

$$y = \ln(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

Regras básicas de derivação com a regra da cadeia

$$y = u^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \text{sen}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \text{cos}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = e^u \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação com a regra da cadeia

$$y = u^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot u^{c-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{sen}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \text{cos}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = e^u \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação com a regra da cadeia

$$y = u^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot u^{c-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{sen}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{cos}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = e^u \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação com a regra da cadeia

$$y = u^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot u^{c-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{sen}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{cos}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = - \text{sen}(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = e^u \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$y = \ln(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação com a regra da cadeia

$$y = u^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot u^{c-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{sen}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{cos}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = - \text{sen}(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = e^u \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = e^u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \ln(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} =$$

Regras básicas de derivação com a regra da cadeia

$$y = u^c \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = c \cdot u^{c-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{sen}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = + \cos(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \text{cos}(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = - \text{sen}(u) \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = e^u \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = e^u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = \ln(u) \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx}$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = e^{\text{sen}(x)}$.

Calcule a derivada da função $y = f(x) = e^{\text{sen}(x)}$.

Solução.

Calcule a derivada da função $y = f(x) = e^{\text{sen}(x)}$.

Solução. Temos que

$$y = e^u, \quad \text{onde } u = \text{sen}(x).$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = e^{\text{sen}(x)}$.

Solução. Temos que

$$y = e^u, \quad \text{onde } u = \text{sen}(x).$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx}$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = e^{\text{sen}(x)}$.

Solução. Temos que

$$y = e^u, \quad \text{onde } u = \text{sen}(x).$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx} = e^u \cdot \frac{du}{dx}$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = e^{\text{sen}(x)}$.

Solução. Temos que

$$y = e^u, \quad \text{onde } u = \text{sen}(x).$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx} = e^u \cdot \frac{du}{dx} = e^{\text{sen}(x)} \cdot \cos(x).$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Solução.

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Solução. Temos que

$$y = u^9, \quad \text{onde } u = \frac{x-2}{2x+1}.$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Solução. Temos que

$$y = u^9, \quad \text{onde } u = \frac{x-2}{2x+1}.$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx}$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Solução. Temos que

$$y = u^9, \quad \text{onde } u = \frac{x-2}{2x+1}.$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx} = 9u^8 \cdot \frac{du}{dx}$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Solução. Temos que

$$y = u^9, \quad \text{onde } u = \frac{x-2}{2x+1}.$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx} = 9u^8 \cdot \frac{du}{dx} = 9 \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^8 \cdot \frac{(1) \cdot (2x+1) - (x-2) \cdot (2)}{(2x+1)^2}$$

Calcule a derivada da função $y = f(x) = \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^9$.

Solução. Temos que

$$y = u^9, \quad \text{onde } u = \frac{x-2}{2x+1}.$$

Assim:

$$\frac{dy}{dx} = 9u^8 \cdot \frac{du}{dx} = 9 \left(\frac{x-2}{2x+1} \right)^8 \cdot \frac{(1) \cdot (2x+1) - (x-2) \cdot (2)}{(2x+1)^2} = \frac{45(x-2)^8}{(2x+1)^{10}}.$$

A regra da cadeia para uma composição de 3 funções

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$(f \circ g \circ h)'(x)$$

A regra da cadeia para uma composição de 3 funções

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$(f \circ g \circ h)'(x) = f'((g \circ h)(x)) \cdot (g \circ h)'(x)$$

A regra da cadeia para uma composição de 3 funções

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$(f \circ g \circ h)'(x) = f'((g \circ h)(x)) \cdot (g \circ h)'(x) = f'((g \circ h)(x)) \cdot g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

A regra da cadeia para uma composição de 3 funções

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$(f \circ g \circ h)'(x) = f'((g \circ h)(x)) \cdot (g \circ h)'(x) = f'((g \circ h)(x)) \cdot g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

ou, usando a notação de Leibniz,

$$\begin{aligned} \frac{d(f \circ g \circ h)}{dx}(x) &= \frac{df}{dx}((g \circ h)(x)) \cdot \frac{d(g \circ h)}{dx}(x) \\ &= \frac{df}{dx}((g \circ h)(x)) \cdot \frac{dg}{dx}(h(x)) \cdot \frac{dh}{dx}(x). \end{aligned}$$

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}.$$

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}.$$

Exemplo: calcule a derivada da função $y = \text{sen}(\text{cos}(\text{tg}(x)))$.

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}.$$

Exemplo: calcule a derivada da função $y = \text{sen}(\text{cos}(\text{tg}(x)))$.

Solução. Temos que

$$y'$$

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}.$$

Exemplo: calcule a derivada da função $y = \text{sen}(\text{cos}(\text{tg}(x)))$.

Solução. Temos que

$$y' = \cos(\text{cos}(\text{tg}(x))) \cdot \frac{d}{dx} [\cos(\text{tg}(x))]$$

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}.$$

Exemplo: calcule a derivada da função $y = \text{sen}(\text{cos}(\text{tg}(x)))$.

Solução. Temos que

$$\begin{aligned} y' &= \text{cos}(\text{cos}(\text{tg}(x))) \cdot \frac{d}{dx} [\text{cos}(\text{tg}(x))] \\ &= \text{cos}(\text{cos}(\text{tg}(x))) \cdot [-\text{sen}(\text{tg}(x))] \cdot \frac{d}{dx} [\text{tg}(x)] \end{aligned}$$

Se $y = f(u)$, $u = g(v)$ e $v = h(x)$ são funções diferenciáveis, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}.$$

Exemplo: calcule a derivada da função $y = \text{sen}(\text{cos}(\text{tg}(x)))$.

Solução. Temos que

$$\begin{aligned}y' &= \text{cos}(\text{cos}(\text{tg}(x))) \cdot \frac{d}{dx} [\text{cos}(\text{tg}(x))] \\&= \text{cos}(\text{cos}(\text{tg}(x))) \cdot [-\text{sen}(\text{tg}(x))] \cdot \frac{d}{dx} [\text{tg}(x)] \\&= -\text{cos}(\text{cos}(\text{tg}(x))) \cdot \text{sen}(\text{tg}(x)) \cdot \text{sec}^2(x).\end{aligned}$$

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Solução. Temos que

y'

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Solução. Temos que

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot$$

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Solução. Temos que

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}.$$

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Solução. Temos que

$$y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{(1) \cdot (x+1) - (x-1) \cdot (1)}{(x+1)^2}$$

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Solução. Temos que

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{(1) \cdot (x+1) - (x-1) \cdot (1)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{1}{2\frac{x-1}{x+1}} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

Calcule a derivada da função $y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Solução. Temos que

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{(1) \cdot (x+1) - (x-1) \cdot (1)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{1}{2\frac{x-1}{x+1}} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2-1}. \end{aligned}$$